தமிழ்நாடு அரசு

வேலைவாய்ப்பு மற்றும் பயிற்சித்துறை

பிரிவு : TNPSC Group I தேர்வு

பாடம் : புத்திக்கூர்மை மற்றும் புள்ளியியல்

பகுதி : **தகவல்களை விவரங்களாக மாற்றுதல், விவரம் சேகரித்தல்**

தகவல்களை விவரங்களாக மாற்றுதல், விவரம் சேகரித்தல்

அறிமுகம்

விவரங்களைக் கையாளுதல் என்பது புள்ளியியலின் ஒரு பகுதியாகும். புள்ளியியல் என்ற சொல் "ஸ்டேட்டஸ்" என்ற லத்தீன் சொல்லிருந்து வந்ததாகும். புள்ளியியல் என்பது அறிவியல் சார்ந்த எண்கள் (Science of Numbers). அந்த எண்கள் இங்கு விவரங்களை எண்களோடு சேர்த்து ஒப்பிடப்படுகிறது. அதாவது

I. வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள்

II. ஒரு கிராமத்தில் குறிப்பிட்ட வயதுள்ள குழந்தைகளின் எடை

III. ஒரு வருடத்தில் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தில் பெய்த மழையின் அளவு புள்ளியியல், விவரங்களை சேகரித்தல், வகைப்படுத்துதல், பகுப்பாய்வு செய்தல் மற்றும் இவற்றின் மூலம் தகவல்களைப் பெறுவதற்கு புள்ளியியல் பயன்படுகிறது. தேவையான தகவல்களைத் தருகின்ற, எண்சார் வடிவில் அமைந்த எந்த ஒரு தகவலின் தொகுப்பும் விவரம் ஆகும்.

1. ஒரு வகுப்பறையில் உள்ள 20 மாணவர்களின் உயரங்கள் (செ.மீ) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

120, 122, 127, 112, 129, 118, 130, 132, 120, 115

124, 128, 120, 134, 126, 110, 132, 121, 127, 118.

இங்கு மிகச்சிறிய மதிப்பு 110 செ.மீ. மற்றும் மிகப்பெரிய மதிப்பு 134 செ.மீ.

வீச்சு = மிகப்பெரிய மதிப்பு – மிகச்சிறிய மதிப்பு

= $134 - 110 = 24$

பிரிவு மற்றும் பிரிவு இடைவெளிகள்

மேற்கூறிய எடுத்துக்காட்டு 1.1 இல் நாம் 5 பிரிவுகளை எடுத்துக்கொள்வோம். 110 − 115, 115, − 120, 120 − 125, − 130 − 135 ஒவ்வொரு பிரிவையும் பிரிவு இடைவெளிகள் என்று கூறலாம். பிரிவு இடைவெளிகள் சமமாக இருக்க வேண்டும்.

பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை மிகப்பெரியதாகவோ அல்லது மிகச் சிறியதாகவோ இருக்கக் கூடாது. பிரிவுகளின் எண்ணிக்கை பொதுவாக ஐந்திலிருந்து பத்துக்குள் இருக்கலாம். பிரிவு எல்லைகள். வகுப்பு 110 − 115 இல் 110 என்பது பிரிவின் கீழ் எல்லை மற்றும் 115 என்பது மேல் எல்லை என அழைக்கப்படும்.

i. மேல் எல்லை சேர்த்துக் கொள்ளப்பட்ட வடிவம்

இந்த பிரிவு இடைவெளியில் கீழ் எல்லையும் மேல் எல்லையும் பிரிவு இடைவெளியில் சேர்த்துக்கொள்ளப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக முதல் பிரிவு இடைவெளி 110 - 114 இல் உயரங்கள் 110 செ.மீ -ம் 114 செ.மீ-ம் சேர்க்கப்படுகிறது. இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளி 115 - 119 இல் உயரங்கள் 115 செ.மீ மற்றும் 119 செ.மீ சேர்க்கப்படுகிறது. இவ்வாறு மற்ற பிரிவு இடைவெளிகளை எழுதலாம்.

ii. மேல் எல்லை சேர்த்துக் கொள்ளப்படாத வடிவம்

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டு 1.1 இல் முதல் பிரிவு இடைவெளி 110 - 115 ல் 110 செ.மீட்டர் சேர்த்தும் 115 செ.மீட்டர் சேர்க்கப்படாமலும் இருக்கும். இரண்டாவது பிரிவு இடைவெளியில் 115 செ.மீ சேர்த்தும் மற்றும் 120 செ.மீ ஐ சேர்க்கப்படாமலும் இருக்கும். ஏனெனில் 115 செ.மீ இரண்டு பிரிவு இடைவெளிகளிலும் உள்ளது. இதுபோன்ற சூழ்நிலையில் 115 செ.மீ எந்தப்பிரிவு இடைவெளியில் கீழ் எல்லையாக 115 செ.மீ அமைகின்றதோ அந்தப்பிரிவு இடைவெளியில் சேர்த்துக்கொள்ளப்படுகிறது.

நேர்க்கோட்டு குறிகள்

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டு 1.1 இல் 110 - 115 என்ற பிரிவு இடைவெளியில் உயரங்கள் 110 செ.மீ. 112 செ.மீ அமைகிறது. நாம் இப்பொழுது || என்ற நேர்க்கோட்டு குறியை குறிக்க வேண்டும்.

ஐந்து நேர்க்கோட்டு குறிகளை குறிக்க வேண்டி இருந்தால் நாம் முதலில் நான்கு நேர்க்கோட்டு குறியை வரைந்து ஐந்தாவது நேர்க்கோட்டு குறியை குறுக்காக குறிக்கவும். ஆகவே $\cancel{||||}$ என்பது ஐந்து நேர்க்கோட்டு குறிகளின் தொகுப்பு ஆகும்.

எழின் மதிப்பை ஐந்து நேர்க்கோட்டு குறிகளின் தொகுப்பு ஒன்றை வரைந்து, இரண்டு நேர்க்கோட்டு குறிகளின் தொகுப்பு ஒன்றை வரைந்து, இரண்டு நேர்க்கோட்டு குறிகளை இங்கு கொடுத்துள்ள படி $\cancel{||||}$ || குறிக்கவும்.

நிகழ்வுப்பட்டியல்

மூன்று நிரல்களைக் கொண்ட அட்டவணை மூலம் விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. அட்டவணையில் முதல் நிரலில் எண், இரண்டாம் நிரலில் நேர்க்கோட்டுக் குறிகள் மற்றும் மூன்றாம் நிரலில் நிகழ்வெண் என்ற மூன்று தலைப்புகளைக் கொண்ட அட்டவணையை நிகழ்வுப்பட்டியல் என்கிறோம். (அட்டவணை 1.3 ஐ பார்க்க)

மாறிலிகளின் மதிப்பு பிரிவு இடைவெளியில் இருந்தால் அதன் நிகழ்வெண்களைஅந்தந்த பிரிவு இடைவெளிக்கு எதிரே குறித்தால் நமக்கு நிகழ்வுப்பரவல் கிடைக்கும். அனைத்து நிகழ்வெண்களையும் கூட்டி, கூடுதலை மொத்தத்திற்கு நேராக நிகழ்வெண்நிரலுக்கு கீழாக குறிக்க வேண்டும். இக்கூடுதலானது கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருக்கும். மேலே கூறிய முறையில் அமைக்கும் அட்டவணையை விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்துதல் என்கிறோம்.

இப்பொழுது எடுத்துக்காட்டு 1.1 இல் உள்ள விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

மேல் எல்லை சேர்த்துக்கொள்ளப்பட்ட வடிவம்

பிரிவு இடைவெளிகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
110 - 114	||	2
115 - 119	|||	3
120 - 124	𝍸 |	6
125 - 129	𝍸	5
130 - 134	||||	4
	மொத்தம்	**20**

அட்டவணை 1.1

மேல் எல்லை சேர்த்துக்கொள்ளப்படாத வடிவம்

பிரிவு இடைவெளிகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
110 - 115	||	2
115 - 120	|||	3
120 - 125	𝍸 |	6
125 - 130	𝍸	5
130 - 135	||||	4
	மொத்தம்	**20**

அட்டவணை 1.2

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வு பட்டியலைத் தயாரிக்க

5, 1, 3, 4, 2, 1, 3, 5, 4, 2

1, 5, 1, 3, 2, 1, 5, 3, 3, 2.

தீர்வு :

மேலே உள்ள விவரங்களிலிருந்து நாம் 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்கள் மீண்டும் மீண்டும் வருவதைக் காணலாம். ஆதலால் 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்களை எண் என்ற நிரலின் கீழ் ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாக எழுதவும்.

இப்பொழுது எண்களை ஒன்றன் பின் ஒன்றாகப்படித்து, அந்த எண்ணுக்கு நேராக, நேர்க்கோட்டு குறிகள் என்ற நிரலில் ஒரு நேர்க்கோட்டுக் குறியை இடுக. இதே முறையில் கடைசி எண் வரும் வரை குறிக்கவும். 1, 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்ற எண்களுக்கு எதிராக உள்ள நேர்க்கோட்டுக் குறிகளைக் கூட்டி, கூடுதலை நிகழ்வெண் நிரலில் குறிக்கவும். அனைத்து நிகழ்வெண்களையும் கூட்டி, கூடுதலை மொத்தத்திற்கு எதிராக எழுதவும்.

எண்	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
1	~~||||~~	5
2	||||	4
3	~~||||~~	5
4	||	2
5	||||	4
	மொத்தம்	**20**

அட்டவணை 1.3

கொடுத்துள்ள விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பரவல் அமைக்கும் பொழுது, நாம் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டியவை.

(i) தேவையான பிரிவுகளைத் தேர்ந்தெடுக்கவும், அவை மிகச் சிறியதாகவோ அல்லது மிகப் பெரியதாகவோ இருக்கக்கூடாது.

(ii) தேவையான பிரிவு இடைவெளிகளை (அல்லது பிரிவு இடைவெளியின் அகலம்) தேர்ந்தெடுக்கவும்

(iii) பிரிவுகளின் இடைவெளியின் மதிப்பு அதிகரித்துக் கொண்டேயும் அவற்றிற்கிடையே இடைவெளி இல்லாமலும் அமைக்க வேண்டும்.

தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பட்டியல்

எடுத்துக்காட்டு 1.3

ஒரு கணிதத் தேர்வில் ஏழாம் வகுப்பில் 30 மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அந்த விவரங்களுக்கு நிகழ்வுப்பட்டிலைத் தயாரிக்க.

25, 67, 78, 43, 21, 17, 49, 54, 76, 92, 20, 45, 86, 37, 35

60, 71, 49, 75, 49, 32, 67, 15, 82, 95, 76, 41, 36, 71, 62

தீர்வு :

குறைந்த மதிப்பெண் 15.

அதிக மதிப்பெண் 95.

வீச்சு = மிகப்பெரிய மதிப்பு – மிகச் சிறிய மதிப்பு

= 95 – 15

= 80

9 பிரிவுகளை அதன் பிரிவு இடைவெளி 10 இருக்குமாறு தேர்ந்தெடுக்கவும் 10 - 20, 20 - 30, ... 90 - 100 - க்கு நிகழ்வுப்பட்டியல் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

பிரிவு இடைவெளிகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	நிகழ்வெண்
10 - 20	$\vert\vert$	2
20 - 30	$\vert\vert\vert$	3
30 - 40	$\vert\vert\vert\vert$	4
40 - 50	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}$	5
50 - 60	$\vert\vert$	2
60 - 70	$\vert\vert\vert\vert$	4
70 - 80	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert$	6
80 - 90	$\vert\vert$	2
90 - 100	$\vert\vert$	2
	மொத்தம்	**20**

அட்டவணை 1.4

1.2 தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியல்

தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியலுக்க பிரிவு எல்லைகளை கண்டுப்பிடித்தல்

வழிகள்

(i) முதல் பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் இரண்டாவது பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வித்தியாசத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

(ii) அந்த வித்தியாசத்தை 2 ஆல் வகுக்கவும் அதன் விடையை x எனக் கொள்க.

(iii) எல்லாப் பிரிவு இடைவெளியில் உள்ள கீழ் எல்லையிலிருந்து 'x' ஐக் கழிக்கவும்.

(iv) எல்லாப் பிரிவு இடைவெளியிலும் உள்ளமேல் எல்லையில் 'x' ஐக் கூட்டவும். இப்பொழுது கிடைக்கும் ஒரு புதிய எல்லை உண்மையான பிரிவு எல்லையாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7.4

ஒரு குறிப்பிட்ட தொலைக்காட்சி நிகழ்ச்சிகளை பார்க்கும் மக்களின் வயது கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்கு நிகழ்வுப்பட்டியலைத் தயாரிக்க.

பிரிவு இடைவெளி வயது	10 - 19	20 - 29	30 - 39	40 - 49	50 - 59	60 - 69
நபர்களின் எண்ணிக்கை	45	60	87	52	25	12

தீர்வு :

இந்த அட்டவணையில் பிரிவு இடைவெளிகள் இடையே இடைவெளிகள் உள்ளன. ஆகவே நாம் பிரிவுகளை மாற்றி (exclusive method - இல்) எழுதிக்கொள்வோம்.

முதல் பிரிவின் மேல் எல்லைக்கும் இரண்டாம் பிரிவின் கீழ் எல்லைக்கும் உள்ள வித்தியாசம்

$= 20 - 19 = 1$

வித்தியாசத்தை 2 ஆல் வகுக்கவும்.

$x = ½ = 0.5$

இப்பொழுது 0.5ஐ கீழ்எல்லையிலிருந்து கழித்து மற்றும் 0.5ஐ மேல் எல்லையில் சேர்க்கவும். இப்பொழுது நமக்கு தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண் பட்டியலை உண்மையான பிரிவு எல்லையிலிருந்து பெறலாம்.

பிரிவு இடைவெளிகள் (வயது)	**நிகழ்வெண் (நபர்களின் எண்ணிக்கை)**
9.5 - 19.5	45
19.5 - 29.5	60
19.5 - 39.5	87
39.5 - 49.5	52
49.5 - 59.5	25
50.5 - 69.5	12

அட்டவணை 1.5

1.3 தொகுக்கப்படாத விவரங்களுக்கு சராசரி, இடைநிலையளவு, முகடு கூட்டுச்சாரசரி

நாம் சராசரி என்ற வார்த்தையை அன்றாட வாழ்க்கையில் உபயோகப்படுத்துகிறோம். பூவினி தினமும் சராசரியாக 5 மணிநேரம் தன் படிப்பிற்காக, செலவிடுகிறார். மே மாதத்தில் சென்னையில் சராசரியாக 40 டிகிரி செல்சியஸ் வெப்பம் இருக்கிறது. மேற்கூறிய வாக்கியங்கள் நமக்கு என்ன சொல்கின்றன.

பூவினி தினமும் சராசரியாக 5 மணிநேரம் படிக்கிறாள். சில நாட்டிளில் குறைந்த நேரமும் மற்ற நாட்களில் அதிக நேரமும் படிக்கிறாள்.

சென்னையில் சராசரியாக 40 டிகிரி செல்சியஸ் வெப்பம் என்பது மே மாதத்தில் சென்னையில் வெப்பநிலை சில சமயங்களில் 40 டிகிரி செல்சியஸுக்கு குறைவாகவோ மற்ற சமயங்களில் 40 டிகிரி செல்சியஸுக்கு அதிகமாகவோ இருந்தது என்பதைக் குறிக்கிறது.

சராசரி என்பது கொடுத்துள்ள விவரங்களில் அதிக மதிப்பிற்கும் குறைந்த மதிப்பிற்கும் இடைப்பட்ட மதிப்பாகும். ரோகிட் என்பவன் பல்வேறு பாடங்களில் கீழ்க்கண்ட மதிப்பெண்களை எடுத்துள்ளான். 62, 84, 92, 98, 74.

அவனுடைய சராசரி மதிப்பெண்ணை கண்டுபிடிக்க நாம் முதலில் பல்வேறு பாடங்களின் மதிப்பெண்களையும் கூட்டவும்.

$62 + 84 + 92 + 98 + 74 = 410.$

பிறகு அதை மொத்த பாடங்களின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கவும். (அதாவது 5 ஆல்)

ரோகிட் பெற்ற சராசரி மதிப்பெண் $= \frac{410}{5} = 82$

இந்த மதிப்பு அவனுடைய படிப்பில் அவன் எடுத்து வெற்றியின் பொது நிலையை தெரிந்து கொள்ள உதவுகிறது.

அதாவது சராசரி அல்லது கூட்டுச்சராசரி என்பது கீழே வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{மதிப்புகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை}}$$

எடுத்துக்காட்டு : 1.5

காயத்ரி 3 நாட்களில் முறையே 4 மணிநேரம் 5 மணிநேரம் மற்றும் 3 மணிநேரம் படிக்கிறாள். அவள் சராசரியாக எத்தனை மணிநேரம் தினமும் படிக்கிறாள்.

தீர்வு :

$$\text{படிப்பின் சராசரி நேரம்} = \frac{\text{படித்த நேரத்தின் கூடுதல்}}{\text{படித்த நாட்களின் எண்ணிக்கை}}$$

இதிலிருந்து காயத்ரி சராசரியாக ஒரு நாளைக்கு 4 மணிநேரம் படித்திருக்கிறாள் என்று சொல்லலாம்.

எடுத்துக்காட்டு : 1.6

ஆறு குடும்பங்களின் மாதவருமானம் முறையே ரூ. 3500, ரூ. 2700, ரூ. 3000, ரூ. 2800, ரூ. 3900, ரூ.2100 வருமானத்தின் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு :

$$\text{மாத வருமானத்தின் சராசரி} = \frac{\text{ஆறு குடும்பங்களின் மொத்த வருமானம்}}{\text{குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{\text{ரூ.}3500+2700+3000+2800+3900+2100}{6}$$

$$= \frac{\text{ரூ.}18000}{6} = \text{ரூ.}3000$$

எடுத்துக்காட்டு : 1.7

5 பேனாக்களின் சராசரிவிலை ரூ. 75, 5 பேனாக்களின் மொத்தவிலை என்ன?

தீர்வு :

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{5 பேனாக்களின் மொத்த விலை}}{\text{பேனாக்களின் எண்ணிக்கை}}$$

5 பேனாக்களின் மொத்தவிலை = சராசரி $\times$ பேனாக்களின் எண்ணிக்கை

= ரூ. 75 $\times$ 5

= ரூ. 375

இடைநிலை :

11 மாணவர்களைக் கொண்ட குழுவின் உயரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

106, 110, 123, 125, 115, 120, 112, 115, 110, 120, 115.

உடற்பயிற்சி ஆசிரியர் திரு.கௌதம் மாணவர்களை இரு குழுக்களாக பிரிக்க விரும்புகின்றார். இரு குழுக்களிலும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை சமமாக இருக்க வேண்டும். அவ்வாறு பிரிக்கும் போது ஒரு குழுவில் உள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள் ஒரு குறிப்பிட்ட உயரத்தை விட அதிகமாகவும் (அதிகம்) அடுத்து குழுவில் உள்ள மாணவர்களின் உயரங்கள் அக்குறிப்பிட்ட உயரத்தை விட குறைவாகவும் இருக்க வேண்டும்.

இப்பொழுது திரு.கௌதம், மாணவர்களை அவர்கள் உயரங்கள் வாரியாக (குறைந்த உயரத்திருந்து அதிக உயரம் வரை) நிற்கவைக்கிறார்.

106, 110, 110, 112, 115, 115, 115, 120, 120, 123, 125

கொடுத்துள்ள விவரங்களின் இடைநிலை மதிப்பு 115. ஏனெனில் இந்த மதிப்பு (உயரம்) 5 மாணவர்களைக் கொண்ட இரு (சம) குழுக்களாகப் பிரிக்கிறது. இந்த மதிப்பை இடைநிலை அளவு எனக்கூறலாம். திரு.கௌதம் நடுவில் உள்ள மாணவனை விளையாட்டுக்கு நடுநிலையாக வைக்க தீர்மானிக்கிறார்.

விவரங்களை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்குவரிசையில் வரிசைபடுத்தும்பொழுது கிடைக்கும் மைய மதிப்பு இடைநிலை ஆகும்.

கொடுத்துள்ள விவரங்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

40, 50, 30, 60, 80, 70

கொடுத்துள்ள விவரங்களின் ஏறுவரிசை : 30, 40, 50, 60, 70, 80.

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணிக்கை 6 என்பது இரட்டைப்படை எண் ஆகவே மூன்றாவது மற்றும் நான்காவது உறுப்பு இடைநிலை உறுப்பாகும். இந்த இரண்டு உறுப்புகளின் சராசரி இடைநிலை ஆகும்.

(அதாவது) இடைநிலை $= \frac{50+60}{2} = \frac{110}{2} = 55$

(i) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படையாக இருந்தால் நடுவில் உள்ள விவரம் இடைநிலை ஆகும்.

(ii) கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படையாக இருந்தால் இரண்டு நடுவிவரங்களின் கூட்டுச்சராசரியே இடைநிலை ஆகும்.

கொடுத்த விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

12, 14, 17, 18, 20, 23, 24, 25.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை 8. இது இரட்டைப்படை எண் ஆகும். ஆகவே இடைநிலை என்பது இரு நடு விவரங்கள் 18 மற்றும் 20 இன் கூட்டுச்சராசரி ஆகும்.

இடைநிலை $= \frac{18+20}{2} = \frac{38}{2} = 19$

கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்கு இடைநிலையைக் காண்க.

3, 4, 5, 3, 6, 7, 2.

தீர்வு :

விவரங்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக

2, 3, 3, 4, 5, 6, 7

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் எண்ணிக்கை 7. இது ஒற்றைப்படை ஆகவே 4 என்பது இடைநிலை அளவு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 7.8

12, 14, 25, 23, 18, 17, 24, 20 என்ற விவரங்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

முதல் 5 பகா எண்களின் இடைநிலையைக் காண்க.

தீர்வு :

முதல் 5 பகா எண்கள் 2, 3, 5, 7, 11 கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை 5. இது ஒற்றைப்படை எண் ஆகும். எனவே மூன்றாவது எண் இடைநிலை ஆகும். அதாவது 5 என்பது இடைநிலை ஆகும்.

முகடு :

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டை கவனிக்க

ஆயத்த ஆடையகத்தின் உரிமையாளர் திரு. இராகவன் என்பவர். தம் கடையில் 40 செ.மீ. அளவுள்ள சட்டைகள் அதிக அளவில் விற்பனையாவதாகக் கூறுகிறார்.

இங்கு கடை உரிமையாளரின் கவனம் வெவ்வேறு அளவுகளில் உள்ள விற்பனையாகும் சட்டைகளின் எண்ணிக்கையில் அமைந்துள்ளது. அவரின் கூற்றுப்படி 40 செ.மீ. அளவுள்ள சட்டைகளே அதிக அளவில் விற்பனையாகிறது. பல்வேறு அளவுகளில் அதிக அளவில் விற்பனையாகும், சட்டைகளின் அளவான 40 செ.மீ. அளவு என்பது பல அளவுகளில் முகடு எனப்படும்.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களில் அதிக எண்ணிக்கையில் காணப்படும் விவரம் அவற்றின் முகடு எனப்படும்.

அதிக விவரங்களின் முகடு

விவரங்களின் அளவு அதிகமாகும் போது அவற்றை எழுதுவதும் எண்ணுவதும் எளியதல்ல. இத்தகைய தருணங்களில் நாம் விவரங்களை அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1.9

ஒரு கால் பந்து போட்டியின் முதல் கட்டப் போட்டிகளில் வெற்றிப் புள்ளிகள் பின்வருமாறு.

1, 3, 2, 5, 1, 4, 6, 2, 5, 2, 2, 2, 4, 1, 2, 3, 2, 3, 2,

1, 1, 2, 3, 2, 6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 2, 1, 5, 3, 4, 2, 1, 2 இவற்றிற்கு முகடு காண்க.

வெற்றிப் புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை	நேர்க்கோட்டுக் குறியீடுகள்	ஆட்டங்களின் எண்ணிக்கை
1	𝍸	5
2	𝍸 𝍸 ||||	14
3	𝍸 ||	7
4	𝍸	5
5	|||	3
6	||	2
	மொத்தம்	**40**

அட்டவணை 1.5

இப்பொழுது நாம் விரைவாக 2 என்பது முகடு எனலாம். ஏனெனில் 2 என்பது அதிக எண்ணிக்கையில் வந்துள்ளது. அதிக ஆட்டங்களில் வெற்றிப் புள்ளிகள் பெறப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு : 1.10

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரத்திற்கு முகட்டைக் காண்க.

3, 3, 4, 5, 3, 6, 7

தீர்வு :

3 என்பது அதிக முறை வந்துள்ளது. எனவே விவரத்தின் முகடு 3 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1.11

பின்வரும் விவரங்களுக்கு முகடு காண்க.

2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 8

தீர்வு :

2 மற்றும் 5 தலா மூன்று முறை வந்துள்ளன. ஆகவே விவரங்களுக்கு 2 மற்றும் 5 ஆகிய இரண்டுமே முகடுகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு : 1.12

பின்வரும் விவரங்களுக்கு முகடு காண்க.

90, 40, 68, 94, 50, 60.

தீர்வு :

இங்கு எந்த எண்ணும் அதிக எண்ணிக்கையில் வரவில்லை. ஆகவே இந்த விவரத்திற்கு முகடு கிடையாது.

எடுத்துக்காட்டு : 1.13

20 குடும்பங்களில் உள்ள குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை 1, 2, 2, 1, 2, 1, 3, 1, 1, 3
1, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 2, 1 முகடு காண்க.

குழந்தைகளின் எண்ணிக்கை	நேர்க்குறியீட்டுக் கோடு	குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை
1	~~||||~~ ~~||||~~ ||	12
2	~~||||~~	5
3	|||	3
	மொத்தம்	**20**

அட்டவணை 1.6

தீர்வு :

12 குடும்பங்களில் 1 குழந்தையே உள்ளது. ஆகவே முகடு 1.

2.2 நிகழ்வெண்பட்டியல் அமைப்பதை நினைவு கூர்தல்

ஒரு நிகழ்வெண் பட்டியல் அமைக்கும் முறையை நாம் ஏழாம் வகுப்பில் கற்றுள்ளோம். அம்முறையை இங்கு நினைவு கூர்வோம்.

2.2.1. தொகுக்கப்படாத விவரங்களுக்கு நிகழ்வெண் பட்டியல் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு 2.1

பின்வரும் விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வெண் பட்டியல் தயார் செய்க:

15, 17, 17, 20, 15, 18, 16, 25, 16, 15,
16, 18, 20, 28, 30, 27, 18, 18, 20, 25,
16, 16, 20, 28, 15, 18, 20, 20, 20, 25.

தீர்வு :

மேற்குறிப்பிட்ட விவரங்களுக்குக் கீழ்க்கண்டவாறு நிகழ்வெண்பட்டியலை அமைக்கலாம்

எண் (x)	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	நிகழ்வெண் (frequency)
15	||||	4
16	~~||||~~	5
17	||	2
18	~~||||~~	5
20	~~||||~~ ||	7
25	|||	3
27	|	1
28	||	2
30	|	1
	மொத்தம்	**30**

2.2.2 தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வெண்பட்டியல் அமைத்தல்

எடுத்துக்காட்டு : 2.2

ஒரு கணிதத் தேர்வில் 50 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் (100க்கு) பின்வருமாறு:
43, 88, 25, 93, 68, 81, 29, 41, 45, 87, 34, 50, 61, 75, 51, 96, 20, 13, 18, 35.
25, 77, 62, 98, 47, 36, 15, 40, 9, 25, 39, 60, 37, 50, 19, 86, 42, 29, 32, 61.
45, 68, 41, 87, 61, 44, 67, 30, 54, 8.
மேற்கண்ட விவரங்களுக்குப் பிரிவு இடைவெளிகளுடன் ஒரு நிகழ்வெண் பட்டியலைத் தயார் செய்க.

தீர்வு :

இங்குக் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பெண்களின்

எண்ணிக்கை = 50

வீச்சு = மீப்பெருமதிப்பு - மீச்சிறுமதிப்பு

= 98 − 8 = 90

இதை 10 பிரிவு இடைவெளிகளாகப் பிரிப்போம்.

$\therefore$ பிரிவு இடைவெளியின் நீளம் $= \dfrac{\text{வீச்சு}}{\text{பிரிவு இடைவெளிகளின் எண்ணிக்கை}}$

கணிதத் தேர்வில் 50 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் நிகழ்வெண் பட்டியல், கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அமைக்கப்படுகிறது.

பிரிவு இடைவெளி (Class Interval)	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	நிகழ்வெண் (frequency)
0 - 10	||	2
10 - 20	||||	4
20 - 30	~~||||~~ |	6
30 - 40	~~||||~~ ||	7
40 - 50	~~||||~~ ||||	9
50 - 60	||||	4
60 - 70	~~||||~~ |||	8
70 - 80	~~||||~~	5
90 - 100	|||	3
	மொத்தம்	**50**

இவ்வாறாகப் பெறப்பட்ட விவரங்கள் அனைத்தையும் தொகுக்கப்பட்டு கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளன:

பிரிவு இடைவெளி (C.I)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
நபர்களின் எண்ணிக்கை (F)	2	4	6	7	9	4	8	2	5	3

2.3 தொகுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் மற்றும் நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைதல்

புள்ளி விவரங்களைப் படங்கள் அல்லது வடிவக் கணிதப் படங்கள் மூலமாகக் குறிப்பிடலாம். பொதுவாக இப்படங்கள் "வரைபடங்கள்" என்று அழைக்கப்படும். இவ்வரைப்படங்களின் வாயிலாக விவரங்கள் ஆர்வத்துடன் படிக்க எதுவாகவும், குறுகிய காலத்தில் எளிதாகப் புரிந்து கொள்ளும்படியாகவும் உள்ளன. இவ்வரைபடங்களைப் பல வழிகளில் குறிப்பிடலாம். இந்த அத்தியாயத்தில் பின்வரும் வரைபடங்களின் வகைகளைப் பற்றி நாம் கற்போம்.

(i) நிகழ்வுச் செவ்வகம் (Histogram) (ii) நிகழ்வுப் பலகோணம் (Frequency Polygon)

2.3.1 நிகழ்வுச் செவ்வகம் (Histogram)

தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலை இரு பரிமாண வரைபடத்தில் குறிக்கும் அமைப்பை நிகழ்வுச் செவ்வகம் என்பர்.

ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில், செவ்வகங்கள் ஒன்றின் பக்கத்தில் ஒன்றாக இடைவெளியின்றித் தொடர்ச்சியாக வரையப்படுகிறது. அதாவது, செவ்வகங்கள் பிரிவு இடைவெளிகள் மீது வரையப்படுகின்றன. இச்செவ்வகங்களின் பரப்புகள் நிகழ்வெண்களுக்கு நேர் விகிதத்தில் அமையும்.

2.3.1 (அ) தொடர்ச்சியான நிகழ்வெண் பரவலுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல்

செய்முறை :

படி 1 : தொடர்ச்சியற்ற நிலையில் (விலக்கும் அமைப்பு) நிகழ்வெண் பரவல் இருப்பின் அதைத் தொடர்ச்சியான நிலைக்கு (சேர்க்கும் அமைப்பு) மாற்றி அமைக்கவும்.

படி 2 : பிரிவு இடைவெளிகளை வரைபடத்தில் ஒ - அச்சின் மீது ஒரு சீரான அளவுத் திட்டத்தில் எடுத்துக் கொள்க.

படி 3 : சீரான அளவுத் திட்டத்துடன் லு - அச்சின் மீது நிகழ்வெண்களைக் குறிக்கவும்.

படி 4 : பிரிவு இடைவெளிகளை அடிப்பக்கங்களாகவும், அதற்குரிய நிகழ்வெண்களை உயரங்களாகவும் கொண்ட செவ்வகங்களை வரையவும்.

மேற்கூறிய முறையில் நிகழ்வுச்செவ்வகம் வரையும் முறையைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

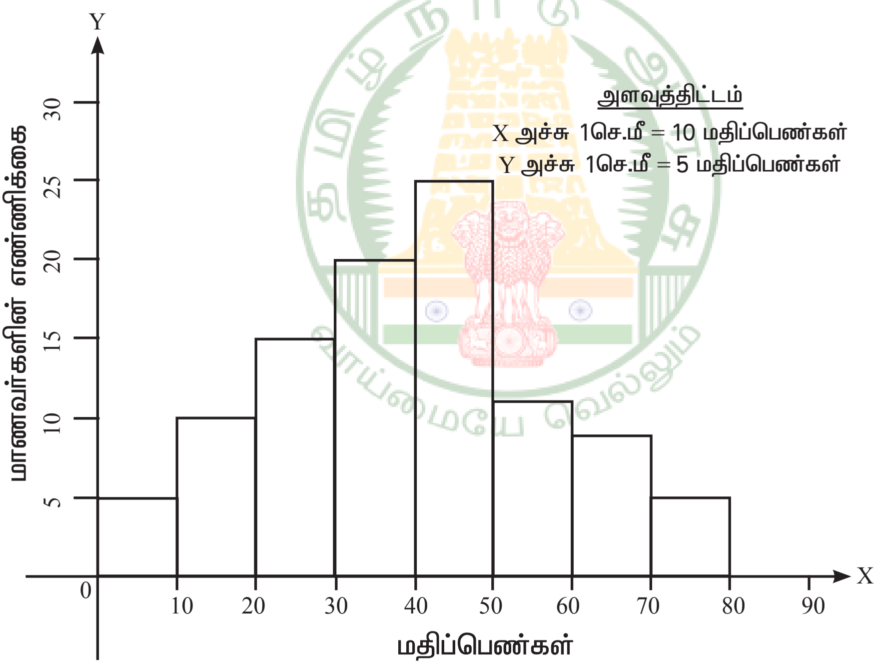
எடுத்துக்காட்டு : 2.3

ஒரு தேர்வில் 100 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதற்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரையவும்.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	10	15	20	25	12	8	5

தீர்வு :

பிரிவு இடைவெளி அளவு 10 மதிப்பெண்ணாக உள்ளவாறு எல்லா இடைவெளிகளும் உள்ளன. இந்தப் பிரிவு இடைவெளிகளை ஓ-அச்சின் மீது குறிப்போம். லு-அச்சின் மீது மாணவர்களின் எண்ணிக்கைகளைக் குறிப்போம். தக்க அளவுத் திட்டங்களை இவ்விரண்டு அச்சுகளிலும் எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கான நிகழ்வுச் செவ்வகம் கீழே தரப்பட்டுள்ளதைக் காணவும்.



படம் 2.1

2.3.1(ஆ) தொடர்ச்சியற்ற பிரிவு இடைவெளிகளுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 2.4

ஒரு வனப்பகுதியிலுள்ள மரங்களின் உயரங்கள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விவரங்களைக் கொண்டு நிகழ்வுச் செவ்வகம் அமைக்கவும்.

உயரங்கள் (மீட்டரில்)	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51-55
மரங்களின் எண்ணிக்கை	10	15	25	30	45	50	35	20

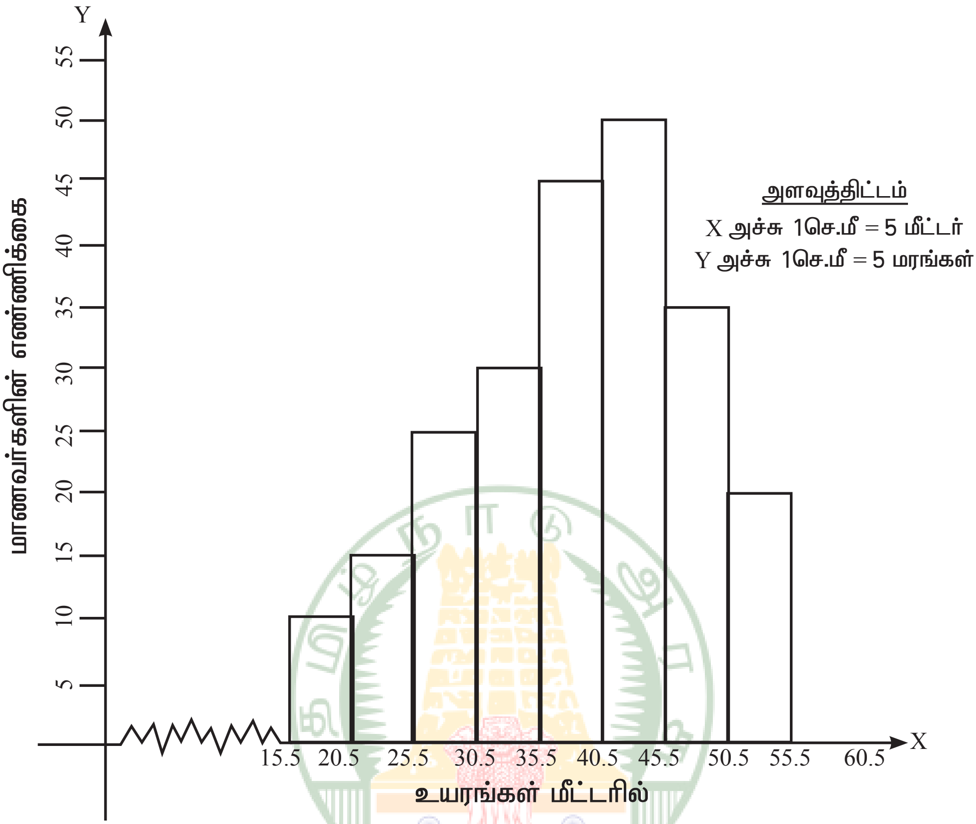
தீர்வு :

இக்கணக்கில் பிரிவு இடைவெளிகள் தொடர்ச்சியற்றதாக உள்ளன. கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களிலிருந்து அப்படியே செவ்வகங்கள் வரைந்தால், பிரிவு இடைவெளிக்கு இடையே இடைவெளிகள் அமையும். ஆனால் நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் செவ்வகங்கள் தொடர்ச்சியாக அமைய வேண்டும். எனவே, இந்த இடைவெளிகளைத் தொடர்ச்சியாக இருக்கும்படி மாற்ற வேண்டும். இதற்கு சரிசெய் காரணி தேவைப்படுகிறது. இதைப் பின்வருமாறு காண்போம்.

சரிசெய்காரணி = ½ (ஏதேனும் ஒரு பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லை) - (அதற்கு உடனடியாக முன்னுள்ள பிரிவு இடைவெளியின் மேல் எல்லை)

மேற்கண்ட பிரிவு இடைவெளியில், ஒவ்வொரு பிரிவு இடைவெளியின் கீழ் எல்லையிலிருந்து சரிசெய் காரணி 0.5 ஐ கழிக்கவும், மேல் எல்லையுடனும் சரிசெய் காரணி 0.5 ஐக் கூட்டவும். இவ்வாறு மாற்றியமைக்கப்பட்ட அட்டவணை பின்வருமாறு இருக்கும்.

உயரங்கள் (மீட்டரில்)	15.5-20.5	20.5 - 25.5	25.5 - 30.5	30.5 - 35.5	35.5 - 40.5	40.5 - 45.5	45.5 - 50.5	50.5 - 55.5
மரங்களின் எண்ணிக்கை	10	15	25	30	45	50	35	20



இப்பொழுது மேலே கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வெண்பரவல் அட்டவணை, தொடர்ச்சியான அட்டவணையாக மாற்றப்பட்டுள்ளது. அதற்கேற்ற, நிகழ்வுச் செவ்வகம் அருகில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

2.3.2 நிகழ்வுப் பலகோணம் (Frequency Polygon)

வரைபடம் மூலம் நிகழ்வெண் பரவலைக் குறிப்பிடும் மற்றொரு முறை நிகழ்வுப் பலகோணம் ஆகும்.

கொடுக்கப்பட்ட தொடர்ச்சியான விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைவோம். இச்செவ்வகங்களில் மேற்பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளைக் குறிப்போம். அடுத்தடுத்த மையப்புள்ளிகளை நேர்க்கோட்டுத்துண்டுகள் மூலம் இணைத்தால், ஒரு பலகோணம் கிடைக்கும். இந்தப் பலகோணம் நிகழ்வுப் பலகோணம் என்று அழைக்கப்படும். இவ்வாறு வரையப்படும் பலகோணத்தின் இரு முனைகளையும் அவற்றுக்கடுத்த நிகழ்வுச் செவ்வகத்தில் இல்லாத பிரிவு இடைவெளியின் மையப்புள்ளியுடன் இணைப்பது வழக்கம்.

நிகழ்வுப் பலகோணத்தை இருமுறைகளில் அமைக்கலாம்:

செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல் வரைதல்

2.3.2 (அ) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 2.5

கீழே கொடுக்கப்பட்ட பரவலுக்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைந்து அதன் மீது ஒரு நிகழ்வுப் பலகோணம் அமைக்கலாம்.

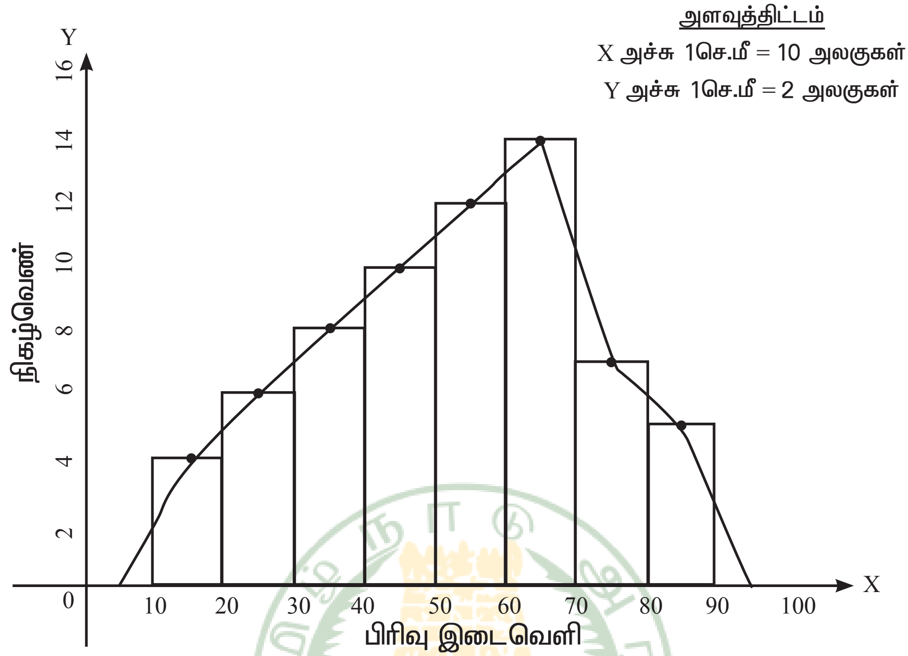
பிரிவு இடைவெளி	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
நிகழ்வெண்	4	6	8	10	12	14	7	5

தீர்வு :

படம் 2.3 இல் காட்டியுள்ளவாறு பிரிவு இடைவெளிகளை X-அச்சிலும், நிகழ்வெண்களை Y-அச்சிலும் தக்க அளவுத் திட்டம் கொண்டு வரைவோம்.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வுச்செவ்வகத்தை வரைவோம். செவ்வகங்களின் மேற்பக்கங்களின் மேற்பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளைக் குறிப்போம். கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளிகளான 9-10 மற்றும் 90-100 பிரிவு இடைவெளிகளின் மையப்புள்ளிகளை X-அச்சின் மீது குறிப்போம். அளவுகோலைப் பயன்படுத்திக் கோட்டுத்துண்டுகளால் அடுத்தடுத்துள்ள மையப்புள்ளிகளை இணைப்போம்.

இப்பொழுது படம் 2.3 இல் உள்ளது போல் ஒரு நிகழ்வுப் பலகோணம் கிடைக்கின்றன.



படம் 2.3

எடுத்துக்காட்டு 2.6

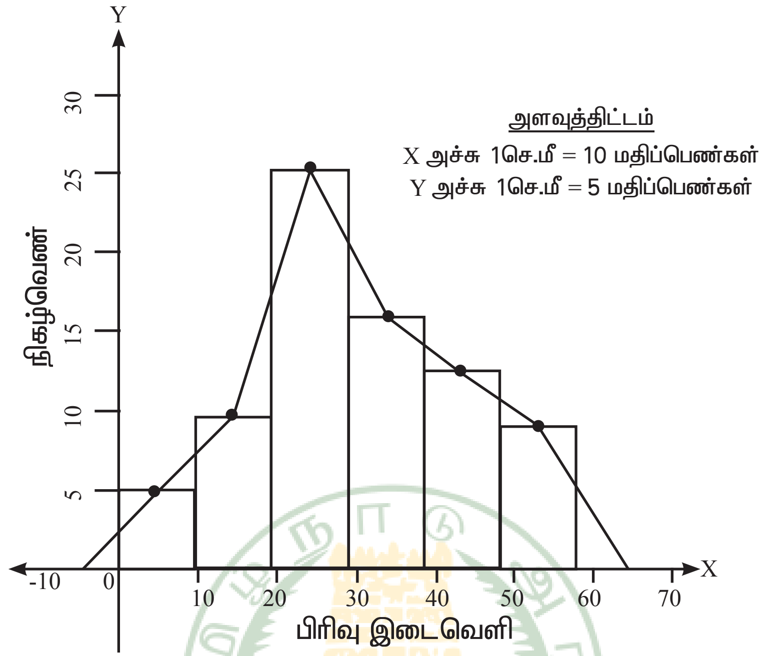
கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணத்தை வரைக.

பிரிவு இடைவெளி	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
நிகழ்வெண்	5	10	25	16	12	8

தீர்வு

படம் 2.4 இல் காட்டியுள்ளவாறு பிரிவு இடைவெளிகளை X-அச்சிலும், நிகழ்வெண்களை Y-அச்சிலும் தக்க அளவுத் திட்டம் கொண்டு வரைவோம்.

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் வரைவோம். அடுத்தடுத்து அமையும் செவ்வகங்களின் மேற்பக்கங்களின் மையப் புள்ளிகளைக் குறிக்கிறோம். கற்பனைப் பிரிவு இடைவெளிகளான (-10) -0 மற்றும் 60-70 என்ற பிரிவு இடைவெளிகளின் மையப் புள்ளிகளை X-அச்சில் குறிக்கிறோம். ஓர் அளவுகோலைக் கொண்டு அடுத்தடுத்த மையப்புள்ளிகளை வரிசையாக கோட்டுத்துண்டுகளால் இணைக்கிறோம். நமக்கு நிகழ்வுப் பலகோணம் கிடைத்துள்ளது. (படம் 2.4 ஐப் பார்க்க)



படம் 2.4

எடுத்துக்காட்டு: 2.7

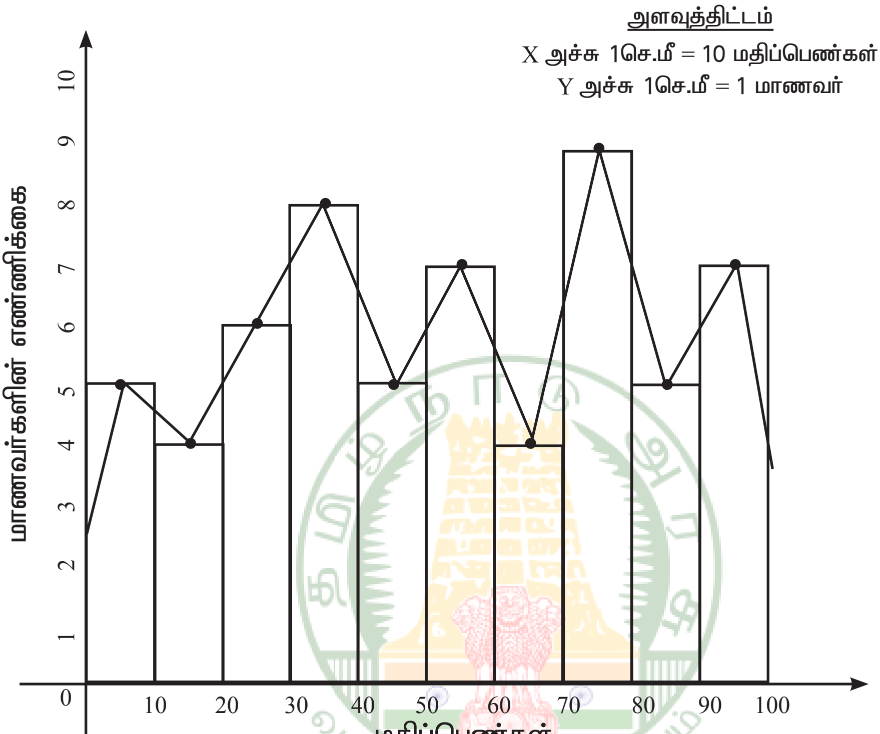
கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு, நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தி நிகழ்வுப் பலகோணத்தை வரைக.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	5	4	6	8	5	7	4	9	5	7

தீர்வு

மதிப்பெண்களை X-அச்சிலும், மாணவர்களின் எண்ணிக்கைகளை Y-அச்சிலும் எடுத்துக் கொள்கிறோம். கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஒரு நிகழ்வுச் செவ்வகம் அமைக்கிறோம். அடுத்தடுத்து அமைகின்ற செவ்வகங்களின் மேற்பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளைக் குறிக்கிறோம். முதல் செவ்வகத்தின் இடப்பக்கத்தின் மையப்புள்ளியைக் குறிக்கிறோம். கடைசி செவ்வகத்தின் வலப்பக்கத்தின் மையப்புள்ளியைக் குறிக்கிறோம் அடுத்தடுத்த செவ்வகங்களின் மேல்பக்க மையப் புள்ளிகளை அளவுகோலைக் கொண்டு வரிசையாகக் நேர்க்கோட்டுத் துண்டுகளால் இணைக்கிறோம். இவ்வாறு இணைக்கப்பட்ட பலகோணத்தின் முதல் கோட்டுத் துண்டின் முனையை முதல் செவ்வகத்தின்

இடப்பக்கத்தின் மையப்புள்ளியுடனும், கடைசி கோட்டுத்துண்டின் முனையைக் கடைசி செவ்வகத்தின் வலப்பக்கத்தின் மையப்புள்ளியுடனும் இணைக்கக் கிடைப்பது நிகழ்வுப் பலகோணம் ஆகும்.



படம் 2.5

2.3.2 (ஆ) நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல் நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு : 2.8

கீழே கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு நிகழ்வுச் செவ்வகத்தைப் பயன்படுத்தாமல், நிகழ்வுப் பலகோணம் வரைக.

பிரிவு இடைவெளி	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90
நிகழ்வெண்	4	6	8	10	12	14	7	5

தீர்வு

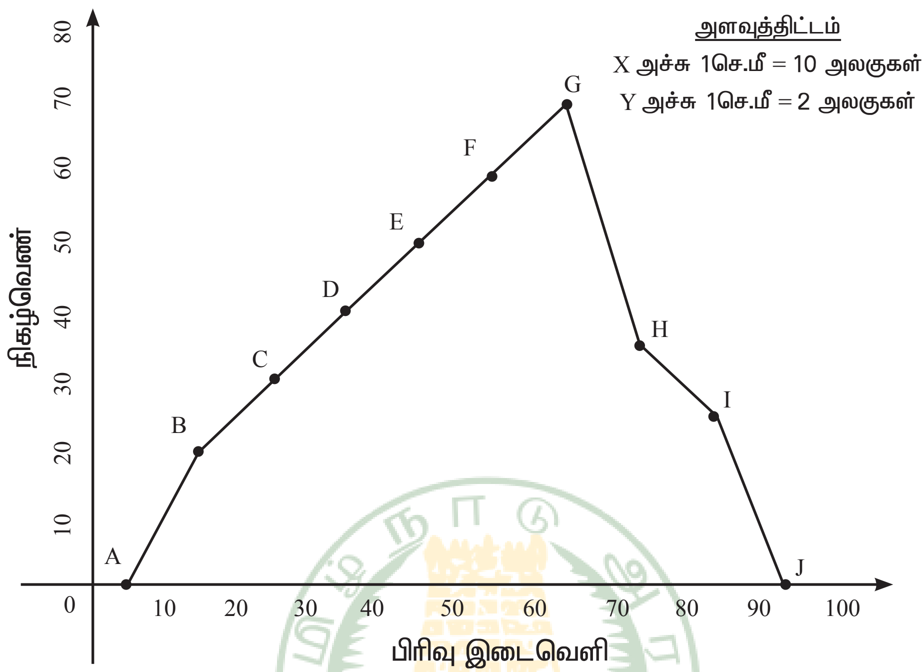
X-அச்சில் பிரிவு இடைவெளிகளையும், Y-அச்சில் நிகழ்வெண்களை எடுத்துக் கொள்கிறோம். நிகழ்வெண் பூச்சியமாக உள்ள 0-10 என்ற முதல் கற்பனை இடைவெளியையும், 90-100 என்ற இறுதி கற்பனை இடைவெளியையும் கருத்தில் கொள்கிறோம். இவ்விவரங்கள் அருகிலுள்ள அட்டவணையில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணையிலிருந்து பின்வரும் புள்ளிகளை வரைபடத்தில் குறிக்கவும்.

A (5, 0), B (15, 4), C (25, 6), D (35, 8) E (45, 10), F (55, 12), G (65, 14), H (75, 7), I (85, 5) மற்றும் J (95, 0).

கோட்டுத் துண்டுகள் AB, BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IJ ஆகியவற்றை இணைப்பதால் ABCDEFGHIJ என்ற நிகழ்வுப்பலகோணம் கிடைக்கின்றது. (பார்க்க படம் 8.6).

பிரிவு இடைவெளி	மையப்புள்ளி	நிகழ்வெண்
0 - 10	5	0
10 - 20	15	4
20 - 30	25	6
30 - 40	35	8
40 - 50	45	10
50 - 60	55	12
60 - 70	65	14
70 - 80	75	7
80 - 90	85	5
90 - 100	95	0

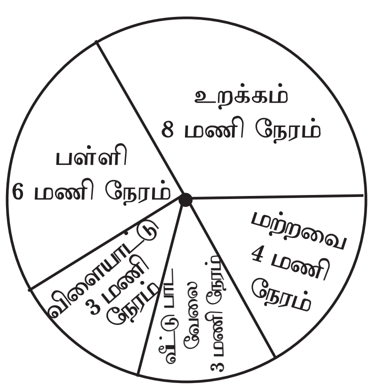


படம் 2.6

2.4 எளிய வட்ட விளக்கப்படம் வரைதல்

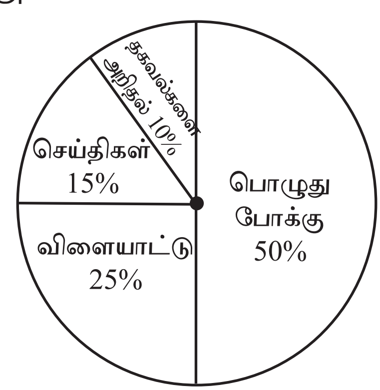
படம் 2.7 மற்றும் படம் 2.8 ஆகியவற்றில் காட்டியுள்ள விவரவட்ட விளக்கப்படங்களைப் போன்று எங்கேயாவது பார்த்து இருக்கிறீர்களா?

ஒரு பள்ளி மாணவன் ஒரு நாளில் (24 மணிநேரம்) செலவழித்த நேரங்கள்



படம் 2.7

பல்வேறுபட்ட தொலைக்காட்சி அலைவரிசைகளைக் காண்பவர்கள்



படம் 2.8

மேற்கண்ட படங்களை வட்ட விளக்கப்படங்கள் என்று அழைப்போம். வட்ட விளக்கப்படம், அதன் முழுமைக்கும் ஒவ்வொரு பகுதிக்கும் உள்ள தொடர்பை விளக்குகின்றது. இங்கு ஒரு வட்டம் வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு வட்டக் கோணப்பகுதியின் அளவு அது குறிக்கும் செயல் மற்றும் தகவல்களுக்கு நேர்விகிதத்தில் இருக்கும். இந்த வட்டக்கோணப் பகுதி "பை" (Pie) என்ற வட்ட வடிவத்திண்பண்டத்தின் துண்டுகள் போல் தோற்றமளிப்பதால் இதை ஆங்கிலத்தில் Pie Chart என்று கூறுவர்.

எடுத்துக்கட்டாக, படம் 2.7 இல் உள்ள வட்ட விளக்கப் படத்தில்

மாணவன் உறக்கத்திற்கு செலவிடும் நேர விகிதம் $= \dfrac{\text{உறங்கும் நேரம்}}{\text{முழுநாள்}}$

$= \dfrac{8 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \dfrac{1}{3}$

எனவே, உறக்கத்திற்கான வட்டக்கோணப்பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\dfrac{1}{3}$ பாகமாகும்.

மாணவன் பள்ளியில் செலவிடும் நேர விகிதம் $= \dfrac{\text{பள்ளியில் உள்ள நேரம்}}{\text{முழுநாள்}}$

$= \dfrac{6 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \dfrac{1}{4}$

எனவே, பள்ளியில் செலவிடும் நேரத்திற்கான வட்டக்கோணப்பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\dfrac{1}{4}$ பாகமாகும்

மாணவன் பள்ளியில் செலவிடும் நேர விகிதம் $= \dfrac{\text{விளையாடும் நேரம்}}{\text{முழுநாள்}}$

$= \dfrac{3 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \dfrac{1}{8}$

எனவே, விளையாட்டிற்காகச் செலவிடும் நேரத்திற்கான வட்டக்கோணப் பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\dfrac{1}{8}$ பாகமாகும்.

மாணவன் வீட்டுப்பாட வேலையில் செலவிடும் நேர விகிதம் $= \dfrac{\text{வீட்டுப்பாட வேலை நேரம்}}{\text{முழுநாள்}}$

$= \dfrac{3 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \dfrac{1}{8}$

எனவே, வீட்டுப்பாட வேலையில் செலவிடும் நேரத்திற்கான வட்டக்கோணப் பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\frac{1}{8}$ பாகமாகும்

மாணவன் இதர வேலையில் செலவிடும் நேர விகிதம் $= \dfrac{\text{இதர வேலை நேரம்}}{\text{முழுநாள்}}$

$= \dfrac{4 \text{ மணி}}{24 \text{ மணி}} = \dfrac{1}{6}$

எனவே, இதர வேலையில் செலவிடும் நேரத்திற்கான வட்டக்கோணப் பகுதியின் அளவு வட்டத்தில் $\frac{1}{6}$ பாகமாகும்.

மேற்கண்ட எல்லாச் செயல்களின் பின்னக் காலங்களின் கூடுதல்

$$= \frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{6}$$

$$= \frac{8+6+3+3+4}{24}$$

$$= \frac{24}{24} = 1$$ எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு ஒருநாளில் மாணவன் செலவழித்த நேரம் வட்டத்தின் மூலம் குறிக்கப்படுகின்றது. வட்டத்தின் முழுப்பகுதியின் அளவு 1 எனக் கொள்க.

மாணவனின் வெவ்வேறு செயல்பாடுகள் ஆரங்களின் நேர விகிதச்சாரத்திற்கு ஏற்ப வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகின்றன. இந்த விகிதச்சாரப் பகுதியை கோண அளவுகளைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடலாம். வட்ட மையத்தில் அமையும் கோண அளவுகளின் கூடுதல் 360^0 என நமக்குத் தெரியும். எனவே நாம் வட்டக் கோணப் பகுதிகளைக் கோண அளவுகளைப் பயன்படுத்திக் குறிப்பிடலாம்.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டின் மூலம், கோண அளவுகளைப் பயன்படுத்தி வட்ட விளக்கப்படம் எவ்வாறு அமைக்கப்படுகிறது எனக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

ஒரு மாணவன் ஒரு வேலை நாளில் வெவ்வேறு செயல்களுக்காக செலவிட்ட நேரங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்விவரங்களுக்குக் கோண அளவுகளைப் பயன்படுத்தி வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

செயல்	உறக்கம்	பள்ளி	விளையாட்டு	வீட்டுப்பாட வேலை	மற்றவை
காளஅளவு	8	6	3	3	4

தீர்வு

24 மணிநேரம் கொண்ட ஒரு நாளில் வெவ்வேறு செயல்களுக்குச் செலவழித்த நேரங்களை 360^0 இன் பாகங்களாக மாற்றுவோம்.

உறக்க நேரம் 8 மணிநேரம் என்பதால் $\frac{8}{24} \times 360^o = 120^o$ என்று வட்டமையக் கோணமுடைய வட்டக்கோணப் பகுதியில் இதனைக் குறிக்க வேண்டும்.

எனவே, உறக்கத்தைக் குறிக்கும் வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணம் 120^0. இதுபோலவே, மற்றச் செயல்களான பள்ளி, விளையாட்டு, வீட்டுப்பாட வேலை மற்றும் மற்றவை ஆகியவற்றின் வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணங்கள் கணக்கிடப்பட்டு, பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

செயல்	கால அளவு	மையக்கோண அளவு
உறக்கம்	8	$\frac{8}{24} \times 360^0 = 120^0$
பள்ளி	6	$\frac{6}{24} \times 360^0 = 90^0$
விளையாட்டு	3	$\frac{3}{24} \times 360^0 = 45^0$
வீட்டுப்பாட வேலை	3	$\frac{3}{24} \times 360^0 = 45^0$
மற்றவை	4	$\frac{4}{24} \times 360^0 = 60^0$
மொத்தம்	24	360^o

வட்ட விளக்கப்படத்தை அமைத்தல்

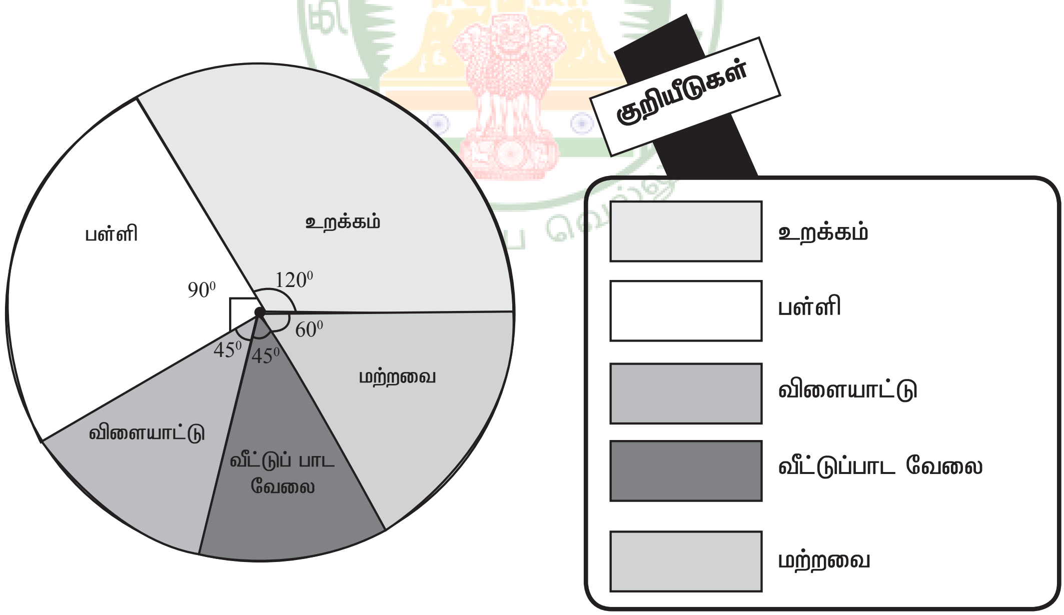
நம் வசதிக்கேற்ப ஏதேனும் ஓர் ஆரமுடைய வட்டத்தை வரைவோம். இவ்வட்டத்தில் ஏதேனும் ஓர் ஆரத்தை முதலில் வரைவோம். இந்த ஆரத்தின் மீது வட்ட மையத்தில் 1200 பிரிவு ஏற்படுத்துமாறு இரண்டாம் புயம் வரைவோம். இந்த வட்டக்கோணப் பகுதி அம்மாணவன் உறக்கத்திற்குச் செலவிட்ட நேரத்தைக் குறிக்கின்றது.

இப்புயத்திலிருந்து இரண்டாம் வட்ட மையத்தில் 900 ஏற்படுத்துமாறு இரண்டாம் வட்டக்கோணப் பகுதியை அளந்து குறிக்கிறோம். இவ்வட்டக் கோணப் பகுதி பள்ளி நேரத்தைக் குறிக்கிறது.

இதுபோலவே விடையாட்டு நேரம், வீட்டுப் பாடவேலை செய்யும் நேரம் இவற்றைக் குறிக்கும் வட்டக்கோணப் பகுதிகளை அமைக்கவும். இறுதியாக உள்ள வட்டக்கோணப் பகுதி மற்றவைக்கான நேரத்தைக் குறிக்கும்.

ஒவ்வொரு வட்டக் கோணப்பகுதியை மற்ற வட்டக் கோணப்பகுதியிலிருந்து வேறுபடுத்திக் காட்ட நிழலிடலாம் அல்லது பல்வெறு வண்ணமிடலாம்.

பள்ளி மாணவன் ஒரு நாளில் (24 மணி நேரம்) செலவழித்த நேரங்கள்



ஒரு பகுதியின் மையக் கோண அளவு $= \dfrac{\text{அப் பகுதியின் மதிப்பு}}{\text{மொத்த மதிப்பு}}$

சில சமயங்களில் பகுதிகளின் அளவு சதவீதங்களாகக் கொடுக்கப்பட்டிருக்கலாம்.

இதுபோன்ற வேளைகளில்

மையக் கோண அளவு $= \dfrac{\text{அப் பகுதியின் மதிப்பு}}{100} \times 360^0$

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஏற்ற வட்ட விளக்கப்படம் அமைத்தலுக்கான படிநிலைகள்

1) ஒவ்வொரு பகுதியின் மையக்கோண அளவை மேற்கண்ட சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காணவும்
2) நம் வசதிக்கேற்ப ஏதேனும் ஓர் ஆரமுடைய வட்டம் வரைக.
3) வட்டத்தினுள் கிடையான ஓர் ஆரம் வரைக.
4) கிடைமட்ட ஆரத்துடன் முதல் பகுதியின் கோணத்தை வட்ட மையத்தில் ஏற்படுத்துமாறு இரண்டாவது ஆரத்தை வரைக. இப்போது கிடைக்கும் வட்டக்கோணப் பகுதி முதல் பகுதியைக் குறிக்கும். இந்த இரண்டாவது ஆரத்துடன் வட்ட மையத்தில் இரண்டாவது பகுதியின் கோணத்தை ஏற்படுத்தும் அடுத்த ஆரத்தை வரைக. தற்போது கிடைக்கும் வட்ட கோணப்பகுதி இரண்டாவது பகுதியைக் குறிக்கும். இதுபோலவே மற்ற எல்லாப் பகுதிகளும் முடியும் வரை அவற்றுக்குரிய வட்டகோணப் பகுதிகளை வரையவும்.
5) வட்டக்கோணப் பகுதிகளை வேறுபடுத்திக் காட்ட வெவ்வேறு வண்ணமிடவும். ஒவ்வொரு பகுதியும் எதைக் குறிக்கிறது என்பதை எழுதவும். வண்ணங்கள் குறிக்கும் பகுதிகளின் பெயர்களைக் குறிப்பிடவும்.
6) குறியீடு கொடுக்கவும்
7) விவரங்களுக்கேற்ற தலைப்பு கொடுக்கவும்.

இப்பொழுது கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு உரிய வட்ட விளக்கப்படம் நமக்குக் கிடைக்கின்றது.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

பின்வரும் அட்டவணையில் ஒரு குடும்பத்தில் மாதாந்திர வரவு, செலவு விவரங்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

விவரங்கள்	உணவு	வீட்டு வாடகை	உடை	கல்வி	சேமிப்பு	இதர செலவுகள்
செலவுகள் (ரூ. இல்)	4800	2400	1600	800	1000	1400

கோண அளவைப் பயன்படுத்தி மேற்கண்ட விவரங்களுக்கு ஒரு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

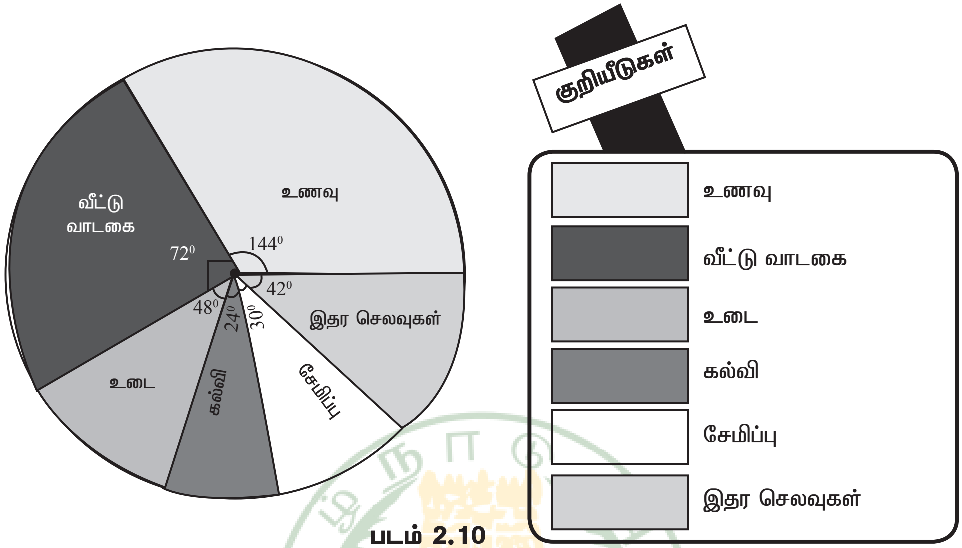
தீர்வு

அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு விவரத்தின் மையக்கோணத்தையும் பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்.

விவரங்கள்	**செலவுகள் (ரூ.-இல்)**	**மையக்கோண அளவு**
உணவு	4800	$\frac{4800}{1200} \times 360^0 = 144^o$
வீட்டு வாடகை	2400	$\frac{2400}{12000} \times 360^0 = 72^o$
உடை	1600	$\frac{1600}{12000} \times 360^0 = 48^o$
கல்வி	800	$\frac{800}{12000} \times 360^0 = 24^o$
சேமிப்பு	1000	$\frac{1000}{12000} \times 360^0 = 30^o$
இதர செலவுகள்	1400	$\frac{1400}{12000} \times 360^0 = 42^o$
மொத்தம்	12000	360^o

நாம் பின்வருமாறு வட்ட விளக்கப்படத்தினைப் பெறுகிறோம்.

ஒரு குடும்பத்தின் மாதாந்திர வரவு செலவு விபரம்



படம் 2.10

எடுத்துக்காட்டு 2.11

பள்ளி இறுதிப் பொதுத்தேர்வில் (S.S.L.C) ஒரு பள்ளியின் தேர்வு முடிவுகள் பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

தேர்வு முடிவு	முதல் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	இரண்டாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	மூன்றாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	தேர்ச்சி பெறாதோர்
மாணவர்களின் சதவீதம்	25	35	30	10

மேற்கண்ட விவரங்களை விளக்க ஒரு வட்ட விளக்கப்படம் வரைக.

தீர்வு

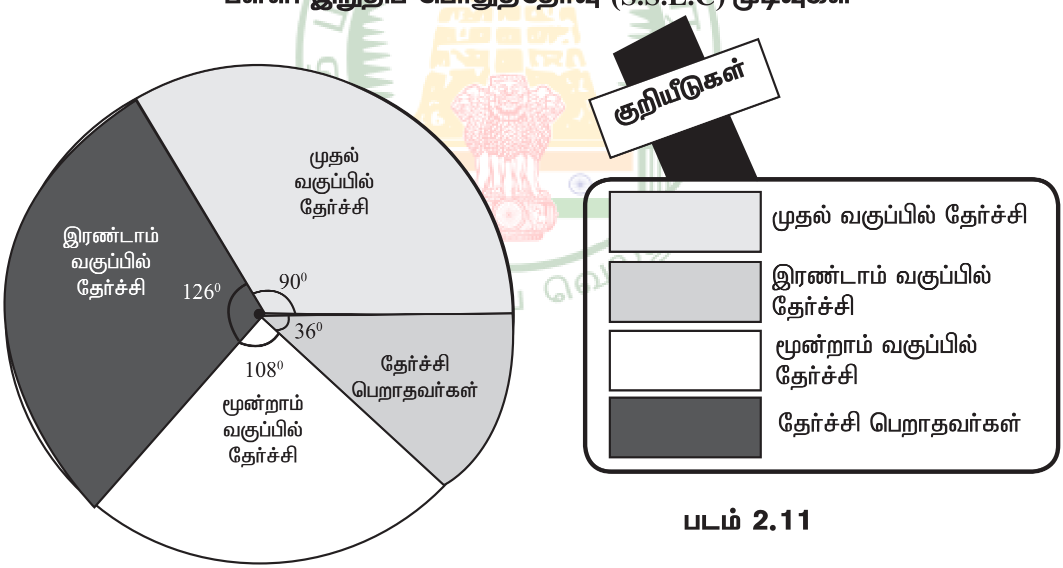
தேவையான பகுதியின் மையக்கோணம் $= \dfrac{\text{அப் பகுதியின் சதவீதம்}}{100} \times 360^0$

இதைப் பயன்படுத்தி நாம், வெவ்வேறு பகுதிகளின் மையக்கோண அளவுகளைப் பின்வருமாறு காணலாம்:

தேர்வு முடிவு	மாணவர்களின் சதவீதம்	மையக்கோண அளவு
முதல் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	25	$\frac{25}{100} \times 360^0 = 90^o$
இரண்டாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றோர்	35	$\frac{35}{100} \times 360^0 = 126^o$
மூன்றாம் வகுப்பில் தேர்ச்சி பெற்றொர்	30	$\frac{30}{100} \times 360^0 = 108^o$
தேர்ச்சி பெறாதவர்கள்	10	$\frac{10}{100} \times 360^0 = 36^o$
மொத்தம்	100	360^o

பின்வருமாறு வட்ட விளக்கப்படத்தை நாம் பெறுகின்றோம்.

பள்ளி இறுதிப் பொதுத்தேர்வு (S.S.L.C) முடிவுகள்



படம் 2.11

2.5 மைய நிலைப் போக்கு அளவைகள் (Measures of Central Tendency)

திரட்டப்பெற்ற அதிக அளவிலான விரங்களை அட்டவணைப்படுத்தியப் பின்னரும், அப்பரவலின் பொது வடிவம் தெளிவாகத் தெரிவது இல்லை. மேலும் தெளிவான வடிவம் தெரிய வேண்டுமானால் அந்த மொத்த விவரங்களையும் ஒரு தனி எண்ணால் குறித்துச் சொல்ல வேண்டும். அப்படிப்பட்ட எண்ணைச் சுற்றி அதிக அளவிலான விவரங்கள் இருந்தால். அந்த எண்ணே இவ்விரவங்களின் பண்புகளைக் கொண்டிருக்கும். அந்த வகையான எண்களை **மையநிலைப் போக்கு அளவைகள்** என்பர். அவ்விதமான சில அளவைகள்

1) கூட்டுச் சராசரி (Arithmetic Mean)
2) இடைநிலை (Median) மற்றும்
3) முகடு (Mode)

2.5.1 கூட்டுச் சராசரி (A.M.)

கண்டறிந்த மதிப்புகளின் கூட்டுத் தொகைக்கும், மதிப்புகளின் எண்ணிக்கைக்கும் உள்ள விகிதத்தைக் கூட்டுச் சராசரி என்கின்றோம்.

2.5.1(அ) தொகுக்கப்படாத விவரங்களுக்குக் கூட்டுச்சராசரி

$x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n$ என்ற n மதிப்புகளைக் கொண்ட மாறி x எனில் அதன் கூட்டுச் சராசரியை x என்று குறிப்போம்.

$$\therefore \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots. + x_n}{n}$$

Σ குறியீட்டைப் புரிந்துகொள்வோம்

$$\sum_{k=1}^{3} K = 1 + 2 + 3 = 6$$

$$\sum_{n-3}^{6} n = 3 + 4 + 5 + = 6$$

$$\sum_{n=2}^{4} 2n = 2 \times 2 + 2 \times 3 + 2x = 18$$

$$\sum_{k=1}^{3} 5 = \sum_{k=1}^{3} 5xk^{o}$$

$$= 5 \times 1^{o} + 5 \times 2^{o} + 5 \times 3^{o}$$

$$= 5 + 5 + 5 = 15$$

$$\sum_{k=2}^{4} (k-1) = (2-1) + (3-1) + (4-1) = 6$$

கிரேக்க எழுத்தாகிய 'Σ' வை கணிதத்தில் சிக்மா என்கிறோம். இது கூட்டுப் பலனைக் குறிக்கப் பயன்படுத்தப்படும். இக்குறியீட்டில் $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n$ ஆகிய எண்களின் கூட்டற்பலனை $\sum_{i=1}^{n} x_i$ அல்லது $\sum xi$ என்று குறிப்பர்.

$$\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.12

ஒரு தேர்வில் 10 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள்

15, 75, 33, 67, 76, 54, 39, 12, 78, 11 எனில், இதன் கூட்டுச் சராசரியைக் காண்க.

தீர்வு

இங்கு, $n = 10$

கூட்டுச் சராசரி $= \bar{x} = \dfrac{15+75+33+67+76+54+39+12+78+11}{10}$

$$\bar{x} = \frac{460}{10} = 46$$

எடுத்துக்காட்டு 2.13

9, 6, 7, 8, 5 மற்றும் x ஆகியவற்றின் சராசரி 8 எனில் ஒ இன் மதிப்பு காண்க.

தீர்வு

இங்கு கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகள் 9, 6, 7, 8, 5 மற்றும் x, n = 6.

சூத்திரத்தின்படி, கூட்டுச் சராசரி $= \bar{x} = \dfrac{9+6+7+8+5+x}{6} = \dfrac{35+x}{6}$

ஆதலால், $\dfrac{35+x}{6} = 8$

எனவே, $35 + x = 48$

$x = 48 - 35 = 13.$

எடுத்துக்காட்டு 2.14

ஒரு வகுப்பிலுள்ள 10 மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 166 செ.மீ. எனக்கணக்கிடப்பட்டது. தகவல்களைச் சரிபார்க்கும்போது ஒரு மதிப்பு 150 செ.மீக்கு பதிலாக 160 செ.மீ என்று குறிப்பிடப்பட்டது கண்டுபிடிக்கப்பட்டது எனில் சரியான சராசரி உயரத்தைக் காண்க.

தீர்வு

இங்கு, $\bar{x} = 166$ செ.மீ. மற்றும் $n = 10$.

$$\therefore \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{\sum x}{10}$$

$$166 = \frac{\sum x}{10}$$ அல்லது $\sum x = 1600$

தவறான கூடுதல் $= 1660$

சரியான கூடுதல் = தவறான கூடுதல் – தவறான மதிப்பு + சரியான மதிப்பு

$= 1660 - 160 + 150 = 1650$

சரியான சராசரி உயரம் $= \frac{1650}{10} = 165$ செ.மீ.

2.5.1(ஆ) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்குக் கூட்டுச்சராசரி காணுதல்

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரி காணும் இரு வழிகளாவன:

(i) நேரடி முறை (ii) உத்தேச சராசரி முறை

(i) நேரடி முறையில் கூட்டுச் சராசரி காணல்

நிகழ்வெண் பரவல் ஒன்றை எடுத்துக் கொள்வோம்.

மாறி	x_1	x_2	x_3	...	x_n
நிகழ்வெண்	f_1	f_2	f_3	...	f_n

இந்த அட்டவணையின் விளக்கம் பின்வருமாறு:

x_1 என்பது f_1 முறையும்

x_2 என்பது f_2 முறையும்

x_3 என்பது f_3 முறையும்

. .. .

. . . .

x_n என்பது f_n- முறையும் உள்ளன என்பதைக் குறிக்கின்றது.

x என்ற மாறியின் வேறுபட்ட மதிப்புகள் $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ ஆகும். இங்கு N என்பது மாறிகளின் நிகழ்வெண்களின் மொத்த எண்ணிக்கை ஆகும்.

அதாவது $f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n = N$ (அல்லது) $\sum_{i-1}^{n} f_1 = N$

எனவே, மொத்தக் கூடுதல் $= (x_1 + x_1 + x_1 +, \ldots\ x_1$ முறை$) + (x_2 + x_2 + x_2 + \ldots\ f_2$ முறை$)$

$+ \ldots + (x_n + x_n + x_n + \ldots$ fn முறை$)$

$= f_1 \times x1 + f_2 \times x_2 + \ldots + f_n \times x_n = \Sigma f_i x_i$

இங்கு $\bar{x} = \dfrac{\text{கண்டறியப்பட்ட மதிப்புகளின் கூடுதல்}}{\text{கண்டறியப்பட்ட மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை}} = \dfrac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$

$\bar{x} = \dfrac{\sum fx}{\sum f} = \dfrac{\sum fx}{N}$. இங்கு $N = \sum f$.

எடுத்துக்காட்டு 2.15

நேரடி முறையில் கீழ்க்கண்ட விவரங்களுக்குக் கூட்டுச் சராசரியைக் கணக்கிடுக.

x	5	10	15	20	25	30
f	4	5	7	4	3	2

தீர்வு

x	f	fx
5	4	20
10	5	50
15	7	105
20	4	80
25	3	75
30	2	60
மொத்தம்	N − 25	Σfx = 390

கூட்டுச் சராசரி, $\bar{x} - \dfrac{\sum fx}{N} = \dfrac{390}{25} = 15.6$

(ii) உத்தேச சராசரி முறையில் கூட்டுச்சராசரி காணல்

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் எண்கள் சிறியனவாக உள்ளன. எனவே இங்கு பெருக்கற்பலன் எளிதாகக் காணப்படுகிறது. பெரிய எண்ணாக இருப்பின், பெருக்கற்பலன் காண்பது கடினமாகும். மேலும் பிழை வரவும் வாய்ப்பு உள்ளது.

மற்றொரு எளிய வழி முறையில் இக்கடினத்தைத் தீர்க்கலாம். இம்முறையில் ஒரு பொருத்தமான எண் A ஐ உத்தேசமாக எடுத்துக் கொள்கின்றோம். இந்த எண் உத்தேச சராசரியாகும்.

உத்தேச சராசரி A யிலிருந்து ஒவ்வொரு மாறி $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ இன் விலகல்கள் முறையே $d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n$ எனக் கணக்கிடுகிறோம்.

அதாவது $d_1 = x_1 - A, d_2 = x_2 - A, d_3 = x_3 - A, \ldots d_n = x_n - A$

இப்பொழுது $d_1, d_2, d_3, \ldots, d_n$ இவற்றை முறையே $f_1, f_2, f_3, \ldots, f_n$ ஆல் பெருக்கவும். இப்பொழுது $\sum fd$ காணலாம். கூட்டுச் சராசரியைப் பின்வரும் சூத்திரம் மூலம் காணலாம்.

கூட்டுச்சராசரி $\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{\sum f}$

$= A + \frac{\sum fd}{N}$ (A என்பது உத்தேச சராசரி $N = \sum f$)

இப்பொழுது எடுத்துக்காட்டு 2.15 இல் உள்ள விவரங்களுக்கு நாம் உத்தேச சராசரி முறையில் கூட்டுச் சராசரி காண்போம்.

உத்தேச சராசரி A – 15 என்க

x	f	d = x – A	fd
5	4	– 10	– 40
10	5	– 5	– 25
15	7	0	0
20	4	5	20
25	3	10	30
30	2	15	30
மொத்தம்	N = 25		$\sum fd - 15$

கூட்டுச்சராசரி $\bar{x} = A + \frac{\sum fd}{n}$

$= 15 + \frac{15}{25} = 15 + \frac{3}{5} = \frac{75+3}{5} = \frac{78}{5} = 15.6$

2.5.2 எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி (Weighted Arithmetic Mean)

சில சமயங்களில் மாறிகள், பல்வேறுபட்ட எடையுடன் கூடியதாக அமையும். இந்தச் சூழ்நிலையிலும் கூட்டுச்சராசரியை (A.M.) காண இயலும். இதை நாம் எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி என்கின்றோம் (W.A.M).

எடுத்துக்காட்டாக x_1 என்ற மாறி w_1 என்ற எடையுடனும், x_2 என்ற மாறி w_2 என்ற எடையுடனும், இறுதியாக x_n என்ற மாறி w_n என்ற எடையுடனும், கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்

எடையிட்ட கூட்டுச்சராசரி $W.A.M. = \dfrac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + ... w_nx_n}{w_1 + w_2 + w_3 + ... + w_n} = \dfrac{\sum wx}{\sum w}$ என்று வரையறுக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 2.16

பின்வரும் விவரங்களுக்கு எடையிட்ட கூட்டுச் சராசரி காண்க.

உணவுப்பொருட்கள்	அளவு (கி.கி.) w_1	ஒரு கிலோ கிராம் விலை (ரூ.) x_i
அரிசி	25	30
சர்க்கரை	12	30
எண்ணெய்	8	70

தீர்வு

இங்கு x இன் மதிப்புகள் கொடுக்கப்பட்ட உணவுப் பொருட்களின் விலையாகவும், இவற்றின் சம்பந்தப்பட்ட அளவுகள் (கி.கி) எடைகளாகவும் அமைந்துள்ளன.

ஆதலால், எடையிட்ட

கூட்டுச் சராசரி (W.A.M) $= \dfrac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + ... w_nx_n}{w_1 + w_2 + w_3 + ... + w_n}$

$= \dfrac{25 \times 30 + 12 \times 30 + 8 \times 70}{25 + 12 + 18} = \dfrac{1670}{45} =$ ரூ $.37.11$

2.5.3 இடைநிலை (Median)

மையநிலைப் போக்கு அளவுகளில் இடைநிலையும் ஒன்று ஆகும்.

2.5.3 (அ) தொகுக்கப்படாத விவரங்களின் இடைநிலை காணல்

இடைநிலை அளவைப் பின்வருமாறு காணக்கிடலாம். முதலில், நாம் எடுத்துக்கொண்ட விவரங்களை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் அமைப்போம்.

(i) விவரங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படை எண் எனில் இதன் நடு உறுப்பு இடைநிலை அளவாகும்.

உதாரணம் : 33, 35, 39, 40, 43 என்பனவற்றின் நடு உறுப்பு 39, எனவே இதன் இடைநிலை 39 ஆகும்.

(ii) விவரங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படை எண் எனில் இரு மத்திய மதிப்புகளின் சராசரியே அவற்றின் இடைநிலை அளவாகும்.

உதாரணம் : 33, 35, 39, 40, 43, 48 எனில் இடைநிலை $= \frac{39+40}{2} = 39.5$

குறிப்பு : இவை நிலை அளவுக்குக் கீழ் எத்தனை விவரங்கள் உள்ளனவோ அதே எண்ணிக்கையிலான விவரங்கள் அதற்கு மேல் இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.17

17, 15, 9, 13, 21, 7, 32 ஆகியவற்றின் இடைநிலை காண்க.

தீர்வு

மதிப்புகளை ஏறு வரிசையில் அமைத்தால் 7, 9, 13, 15, 17, 21, 32 எனக் கிடைக்கிறது.

இங்கு, $n = 7$ (ஒற்றைப்படை எண்)

இடைநிலை = நடுமதிப்பு

$= \frac{(n+1)}{2} = \frac{(7+1)}{2}$

= 4 ஆம் இடத்தில் உள்ள எண்

எனவே, இடைநிலை = 15

எடுத்துக்காட்டு 2.18

ஒரு கிரிக்கெட் விளையாட்டு வீரர் எடுத்த ஓட்டங்கள் பின்வருமாறு

13, 28, 61, 70, 4, 11, 33, 0, 71, 92. இவற்றின் இடைநிலை காண்க.

தீர்வு

ஓட்டங்களை ஏறுவரிசையில் அமைப்பொம் 0, 4, 11, 13, 28, 33, 61, 70, 71, 92.

இங்கு, $n = 10$ (இரட்டை எண்)

இங்கு இரு மத்திய மதிப்புகள் உள்ளன. அவை 28, 33 ஆகும்.

∴ இடைநிலை $= \frac{28+33}{2} = \frac{61}{2} = 30.5$

2.5.3(ஆ) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு இடைநிலை காணல்

குவிவு நிகழ்வெண் (Cumulative frequency)

ஒரு நிகழ்வெண் பட்டியலில் **குவிவு நிகழ்வெண்** என்பது அந்தப் பிரிவு இடைவெளி வரை உள்ள நிகழ்வெண்களின் கூடுதல் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.19

50 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களுக்கான இடைநிலை காண்க.

மதிப்பெண்கள்	20	27	34	43	58	65	89
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	2	4	6	11	12	8	7

மதிப்பெண்கள் (x)	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை (f)	நிகழ்வெண் குவிவு
20	2	2
27	4	(2 + 4 =) 6
34	6	(6 + =) 12
43	11	(11 + 12 =) 23
58	12	(23 + 12 =) 35
65	8	(35 + 8 =) 43
89	7	(43 + 7 =) 50

இங்கு மொத்த நிகழ்வெண், $N = \sum f = 50$

$$\therefore \frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

இடைநிலை = $\left(\frac{N}{2}\right)$ ஆவது மதிப்பு = 25 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

ஆனால், 25 ஆவது உறுப்பு குவிவு நிகழ்வெண் நிரலில் உள்ள 35 என்ற இடத்தில் உள்ளது.

இதற்குத் தொடர்பான மதிப்பு 58.

எனவே, இடைநிலை = 58.

2.5.4 முகடு (Mode)

முகடும் ஒரு மையப்போக்கு அளவு ஆகும்.

முகடு பின்வருமாறு கணக்கிடப்படுகிறது.

2.5.4(அ) தொகுக்கப்படாத விவரங்களின் முகடு (தனித்தனியான விவரங்கள்)

தனித் தொகுதியாக அமைந்துள்ள மதிப்புகளின் கணத்தில் எந்த ஒரு மதிப்பானது அதிக எண்ணிக்கையில் இருக்கிறதோ அது தரப்பட்ட புள்ளி விவரங்களின் முகடு எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.20

2, 4, 5, 2, 1, 2, 3, 4, 4, 6, 2 ஆகியவற்றின் முகடு காண்க.

தீர்வு

மேலே உள்ள விவரங்களில் 2 மிக அதிக தடவையாக 4 முறை வந்துள்ளது. எனவே, முகடு $= 2$.

எடுத்துக்காட்டு 2.21

22, 25, 21, 22, 29, 25, 34, 37, 30, 22, 29, 25 ஆகியவற்றின் முகடு காண்க.

தீர்வு

இங்கு 22 மூன்று முறையும், 25 மூன்று முறையும் அமைந்திருக்கின்றன. எனவே 22, 25 ஆகிய இரண்டுமே முகடுகள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.22

15, 25, 35, 45, 55, 65 ஆகியவற்றின் முகடு காண்க.

தீர்வு

இங்கு ஒவ்வொரு எண்ணும் ஒரே முறை தான் வந்துள்ளது. எனவே தரப்பட்ட விவரங்களுக்கு முகடு இல்லை.

2.5.4 (ஆ) தொகுக்கப்பட்ட விவரங்களின் முகடு (நிகழ்வெண் பரவல்)

தரப்பட்ட புள்ளி விவரங்களை ஒழுங்குப்படுத்தி ஒரு நிகழ்வெண் பட்டியலில் அமைந்தால், அதிக நிகழ்வெண்ணைக் கொண்ட பிரிவு, முகட்டுப் பிரிவு எனப்படுகிறது. இப்பிரிவில் உள்ள மாறியின் மதிப்பு முகடு எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.23

பின்வரும் நிகழ்வெண் பட்டியலுக்கு முகடு காண்க.

கூலி (ரூ)	250	300	350	400	450	500
தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை	10	15	16	12	11	13

கூலி (ரூ)	தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கை
250	10
300	15
350	16
400	12
450	11
500	13

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து மீப்பெரு நிகழ்வெண் 16 ஆகும். இதற்கு ஏற்ற மாறியின் மதிப்பு (கூலி) ரூ.350. எனவே, முகடு 350 ஆகும்.

ஒரு முகடு (Uni modal)	இரு முகடுகள் (Bi modal)	மூன்று முகடுகள் (Tri modal)	பன் முகடுகள் (Multi modal)
கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு ஒரே ஒரு முகடு மட்டும் இருப்பின் அதனை ஒரு முகடு என்பர்.	கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு இரு முகடுகள் மட்டும் இருப்பின் அதனை இருமுகடுகள் என்பர்	கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு மூன்று முகடுகள் மட்டும் இருப்பின் அதனை மூன்று முகடுகள் என்பர்.	கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு மூன்றுக்கு மேற்பட்ட முகடுகள் இருப்பின் அதனைப் பன்முகடுகள் என்பர்.
எடுத்துக்காட்டு : 10, 15, 20, 25, 15, 18, 12, 15. முகடு 15.	எடுத்துக்காட்டு: 20, 25, 30, 30, 15, 10, 25 இருமுகடுகள் 25, 30	எடுத்துக்காட்டு: 60, 40, 85, 30, 35, 45, 80, 80, 55, 50, 60. மூன்று முகடுகள் 60, 80, 85.	எடுத்துக்காட்டு : 1, 2, 3, 8, 5, 4, 5, 4, 2, 3, 1, 3, 5, 2, 7, 4, 1. பன் முகடுகள் 1, 2, 3, 4, 5.