தமிழ்நாடு அரசு

வேலைவாய்ப்பு மற்றும் பயிற்சித்துறை

பிரிவு : TNPSC Group I தேர்வு

பாடம் : புத்திக்கூர்மை மற்றும் புள்ளியியல்

பகுதி : **மீ.சி.ம & மீ.பொ.வ**

காப்புரிமை

தமிழ்நாடு அரசுப் பணியாளர் தேர்வாணையம் குரூப்-1 முதல்நிலை மற்றும் முதன்மை தேர்வுகளுக்கான காணொலி காட்சி பதிவுகள், ஒலிப்பதிவு பாடக்குறிப்புகள், மாதிரி தேர்வு வினாத்தாள்கள் மற்றும் மென்பாடக்குறிப்புகள் ஆகியவை போட்டித் தேர்விற்கு தயாராகும் மாணவ, மாணவிகளுக்கு உதவிடும் வகையில் வேலைவாய்ப்பு மற்றும் பயிற்சித் துறையால் மென்பொருள் வடிவில் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. இம்மென்பாடக் குறிப்புகளுக்கான காப்புரிமை வேலைவாய்ப்பு மற்றும் பயிற்சித் துறையைச் சார்ந்தது என தெரிவிக்கப்படுகிறது.

எந்த ஒரு தனிநபரோ அல்லது தனியார் போட்டித் தேர்வு பயிற்சி மையமோ இம்மென்பாடக் குறிப்புகளை எந்த வகையிலும் மறுபிரதி எடுக்கவோ, மறு ஆக்கம் செய்திடவோ, விற்பனை செய்யும் முயற்சியிலோ ஈடுபடுதல் கூடாது. மீறினால் இந்திய காப்புரிமை சட்டத்தின் கீழ் தண்டிக்கப்பட ஏதுவாகும் என தெரிவிக்கப்படுகிறது. இது முற்றிலும் போட்டித் தேர்வுகளுக்கு தயார் செய்யும் மாணவர்களுக்கு வழங்கப்படும் கட்டணமில்லா சேவையாகும்.

ஆணையர்,

வேலைவாய்ப்பு மற்றும் பயிற்சித் துறை

மீ.சி.ம. & மீ.பொ.வ (LCM & HCF)

1. 5,15,20,30 ஆகிய எண்களின் மீ.பொ.ம என்ன?

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5, 15, 20, 30 \\ \hline 3 & 1, 3, 4, 30 \\ \hline 2 & 1, 1, 4, 30 \\ \hline & 1, 1, 2, 1 \end{array}$$

$5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$

மீ.சி.ம என்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் முழுவதுமாக (அதாவது மீதியின்றி) வகுபடக்கூடிய மிகக் குறைந்த பொதுவான மடங்கு கொண்ட எண்ணாகும்.

2. 5, 15, 20, 30 ஆகிய எண்களின் மீ.பொ.வ என்ன?

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5, 15, 20, 30 \\ \hline & 1, 3, 4, 6 \end{array}$$

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீ.பொ.வ = 5

மீ.பெ.வ என்பது கொடுக்கப்பட்ட அனைத்து எண்களின் மிகப்பெரிய பொதுவான வகுத்தி.

3. இரு எண்களின் HCF 12, அந்த எண்களின் LCM 180. ஒரு எண் 36 எனில், மற்றொரு எண் எது?

மற்றொரு எண் $= \dfrac{HCF \times LCM}{\text{ஒரு எண்}}$

$= \dfrac{12 \times 180}{36}$

$= 60$

4. இரு எண்களின் HCF 99. அந்த இரு எண்கள் 198,1386 ஆகும் எனில் அந்த இரு எண்களின் LCM என்ன?

$$\text{LCM} = \frac{\text{இரு எண் களின் பெருக் கற் பலன்}}{\text{HCF}}$$

$$= \frac{198 \times 1386}{99}$$

$$= 2772$$

பின்ன எண்களுக்கு HCF மற்றும் LCM காணுதல்

1. கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் HCF
$$= \frac{\text{தொகுதி எண் களின் HCF}}{\text{பகுதி எண் களின் LCM}}$$

2. கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் LCM
$$= \frac{\text{தொகுதி எண் களின் LCM}}{\text{பகுதி எண் களின் HCF}}$$

5. கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் HCF ஐக் காண்க

$$\frac{8}{18}, \frac{22}{81}, \frac{10}{27}$$

தொகுதி எண்களின் HCF

$$\begin{array}{r|l} 2 & 8,\ 22,\ 10 \\ \hline & 4,\ 11,\ 5 \end{array}$$

பகுதி எண்களின் LCM

$$\begin{array}{r|l} 3 & 18,\ 81,\ 27 \\ \hline 3 & 6,\ 27,\ 9 \\ \hline 3 & 2,\ 9,\ 3 \\ \hline & 2,\ 3,\ 1 \end{array}$$

HCF = 2

LCM = 3 × 3 × 3 × 2 × 3 = 162

எனவே கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் $HCF = \frac{1}{81}$

6. கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் LCMஐக் காண்க

$\frac{20}{105}, \frac{15}{90}, \frac{60}{75}$

தொகுதி எண்களின் LCM

$5 \,|\, 20, 15, 60$

$3 \,|\, 4, 3, 12$

$4 \,|\, 4, 1, 4$

$1, 1, 1$

$5 \times 3 \times 4 = 60$

பகுதி எண்களின் HCF

$5 \,|\, 105, 90, 75$

$3 \,|\, 21, 18, 15$

$7, 6, 5$

$5 \times 3 = 15$

எனவே கொடுக்கப்பட்ட பின்ன எண்களின் $LCM = \frac{60}{15} = 4$

7. இரு எண்களின் LCM ஆனது அந்த இரு எண்களின் HCF போல் 5 மடங்கு அதிகம். மேலும் LCM ஐயும் HCF ஐயும் கூட்டினால் 300 கிடைக்கின்றது. ஒரு எண் 125 என்றால் மற்றொரு எண் என்ன?

LCM = 5HCF

LCM + HCF = 300

5HCF + HCF = 300

6HCF = 300

HCF = 50

$\therefore$ LCM = $5 \times 50 = 250$

LCM = 250

ஒரு எண் x = 250

மற்றொரு எண் = $\frac{\text{HCF} \times \text{LCM}}{\text{ஒரு எண்}}$

$= \frac{50 \times 250}{125} = 100$

8. நான்கு கடிகாரங்கள் மணி ஒலிக்கும் நேரங்கள் முறையே 5 வினாடிகள், 10 வினாடிகள், 15 வினாடிகள், 20 வினாடிகள். இந்த நான்கு கடிகாரங்களும் சேர்ந்து ஒரே நேரத்தில் எத்தனை முறை ஒரு மணி நேரத்தில் ஒலிக்கும்?

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5, 10, 15, 20 \\ \hline 2 & 1, 2, 3, 2 \\ \hline & 1, 1, 3, 2 \end{array}$$

$\text{LCM} = 5 \times 2 \times 3 \times 2 = 60$

- நான்கு கடிகாரங்களும் ஒரே நேரத்தில் ஒலிக்க 60 வினாடிகள் தேவை
- 60 வினாடிகளில் 1 முறை ஒலிக்கும்
- 1 மணி நேரத்தில் (60 × 60 வினாடிகள்) = 60 முறைகள்

9. 290, 460 மற்றும் 552 ஆகிய எண்களை ஒரு மிகப்பெரிய எண் வகுக்கும்போது, மீதிகள் முறையே 4,5 மற்றும் 6 கிடைக்கின்றது. எனில் அந்த மிகப்பெரிய வகுக்கும் எண் எது?

$\Rightarrow$ HCF of $(290 - 4), (460 - 5), (552 - 6)$

$\Rightarrow$ HCF of 286, 455, 546

$$\begin{array}{r|l} 13 & 286, \ 455, \ 546 \\ \hline & 22, \ \ 35, \ \ 42 \end{array}$$

மிகப்பெரிய வகுக்கம் எண் = 13

1. எந்த மீப்பெரு எண்ணால் 3322 மற்றும் 3832 என்ற எண்களை வகுக்கும் போது மீதி 7 கிடைக்கும்?

$$\begin{array}{r} 3\ 3\ 2\ 2 \\ 7 \\ \hline 3\ 3\ 1\ 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\ 8\ 3\ 2 \\ 7 \\ \hline 3\ 8\ 2\ 5 \\ \hline \end{array}$$

3315 மற்றும் 3825 -க்கு மீ.பொ.வ காண்க

```
3315 | 3825
     | 3315
     |------
     | 510 | 3315
           | 3060
           |------
           | 255 | 510
                 | 510
                 |----
                 |  0
```

மீ.பெ.வ = 255

2. இரு எண்களின் மீப்பெரு பொது காரணி 12, மீச்சிறு பொது மடங்கு 144, ஒரு எண் 36 எனில் மற்றொரு எண்ணைக் காண்க.

$x \times y$ = மீ.பொ.வ. × மீ.பொ.வ

$36 \times y$ = 12×44

y = 48

3. 3:4:5 என்ற விகிதத்தில் உள்ள மூன்று எண்களின் மீ.சி.ம. 240 எனில் இவற்றின் மீ.பொ.வ. என்ன?

மீ.சி.ம = விகிதங்களின் மீ.பொ.வ × மீ.பொ.வ

240 = 60 × மீ.பொ.வ

4 = **மீ.பொ.வ**

4. இரு எண்களின் மீ.சி.ம ஆனது அவற்றின் மீ.பொ.வ. வின் 14 மடங்காகும். மீ.சி.ம மற்றும் மீ.பொ.வ வின் கூடுதல் 600 ஒரு எண் 280 எனில் மற்றொரு எண்ணானது.

மீ.பொ.ம = 14 × மீ.பொ.வ .... (1)

மீ.பொ.ம + மீ.பொ.வ = ... (2)

x = 280

சமன்பாடு (1), (2) லிருந்து

14 மீ.பொ.வ + மீ.பொ.வ = 600

15 மீ.பொ.வ = 600

மீ.பொ.வ = 14 × 40

= 560

$x \times y$ = மீ.பொ.ம × மீ.பொ.வ

$\cancel{280} \times y$ = $\cancel{560} \times 40$

y = 80

5. ஒரே இடத்தில் துவக்கி ஒரே திசையில், A,B,C என்பவர்கள் செவ்வக வடிவ பூங்காவை சுற்றி ஓடுகின்றனர். ஒருமுறை சுற்றி வர A 252 வினாடிகளும், B 308, C 198 வினாடிகளும் எடுத்துக் கொள்கின்றனர். ஓடத் தொடங்கிய பிறகு அதே துவக்கப் புள்ளியில் இந்த மூவரும் எத்தனை வினாடிகளுக்குப் பிறகு சந்திப்பார்கள்?

2 | 252, 308, 198

2 | 126, 154, 99

3 | 63, 77, 99

7 | 7, 77, 11

11 | 1, 11, 11

1, 1, 1

LCM = $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 11$

= 2772 வினாடி

= 46 நிமிடம் 12 வினாடி

6. ஒரு சாலையில் உள்ள போக்குவரத்து சிக்னல் விளக்கு 40 வினாடிகளுக்கு ஒரு முறை மாறுகிறது. அடுத்த சந்திப்பில் உள்ள போக்குவரத்து சிக்னல் விளக்கு 32 வினாடிகளுக்கு ஒருமுறை மாறுகிறது. இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் மாறினால் மீண்டும் அவை இரண்டு ஒரே நேரத்தில் மாறுவதற்கு எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் எவ்வளவு?

2 | 40, 32

2 | 20, 16

2 | 10, 8

5 | 5, 4

4 | 1, 4

1, 1

LCM = 160 வினாடி

7. மூன்று எண்களில் விகிதங்கள் 35:55:77 அவற்றின் மீப்பெரு பொது காரணி 24 எனில் அவ்வெண்கள் யாவை?

விகிதம் = 35 : 55 : 77 மீ.பொ.வ = 24

அந்த எண்கள் = 35 × 24, 55 × 24, 77 ×24

= 840, 1320, 1848

8. $\frac{1}{3},\frac{5}{6},\frac{2}{9},\frac{4}{27}$ **மீ.பொ.வ காண்க**

மீ.பொ.வ $= \frac{(1,5,2,4)\text{மீ.பொ.வ}}{(3,6,9,27)\text{மீ.சி.ம}} \frac{1}{54}$

$= \frac{1}{54}$

9. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 20 மற்றும் அவற்றின் பெருக்குத் தொகை 96 எனில் அந்த இரு எண்களின் மீ.பொ.வ. காண்க.

விகிதம் = 20

பெருக்குத் தொகை = 96

20, 96 ஆகிய எண்களுக்கு HCF காண்க

4 | 20, 96

5, 24 HCF = 4

10. 2112 மற்றும் 2792 ஆகிய எண்களை எந்த மீப்பெரு எண்ணால் வகுத்தால் மீதி 4 கிடைக்கும்?

2 1 1 2 − 4 = 2 1 0 8

2 7 9 2 − 4 = 2 7 8 8

2108, 2788 -க்கு மீ.பொ.வ காண்க

2108) 2788 (
2108
680) 2108 (
2040
68) 680 (
680
0

மீ.பெ.வ = 68

12. எந்த மிகச்சிறிய எண்ணை 5 மற்றும் 7ஆல் வகுக்கும்போது மீதி முறையே 4 மற்றும் 6 கிடைக்கும்?

$$\begin{array}{rcc} & 5 & 7 \\ & -4 & -6 \\ \hline \text{மீதி} = & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

LCM (5, 7) = 35.

அந்த எண் = 35 – 1 = 34

13. 5 மணிகள் 2,4,6,8 மற்றும் 10 வினாடிகள் இடைவெளியில் ஒலிக்கிறது. அவை ஒரே நேரத்தில் ஒலிக்கத் தொடங்கினால் 20 நிமிடத்தில் எத்தனை முறை ஒன்றாக ஒலிக்கும்?

LCM = 120 வினாடி

= 2 நிமிடம்

2 நிமிடங்களுக்கு ஒருமுறை அனைத்து மணிகளும் ஒன்றாக ஒலித்தால் அடுத்த 20 நிமிடங்களில்,

$= \frac{20}{2} + 1$

$= 10 + 1$

= 11 முறை ஒன்றாக அடிக்கும்

14. இரண்டு பைகளில் 144கிலோ, 192கிலோ அளவுடைய தானியங்கள் நிரப்பப் பட்டுள்ளது. அவைகள் ஒரே அளவுடைய சிறிய பைகளில் நிரப்பப்பட வேண்டுமெனில் அந்தப் பையின் அதிகபட்ச எடை என்ன?

$$\begin{array}{r|l} 2 & 144, 192 \\ \hline 2 & 72, 96 \\ \hline 2 & 36, 48 \\ \hline 2 & 18, 24 \\ \hline 3 & 9, 12 \\ \hline & 3, 4 \end{array}$$

HCF = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

15. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 187. மேலும் அவற்றின் மீ.பொ.வ. 17. இந்த நிபந்தனையைப் பூர்த்தி செய்யக்கூடிய ஜோடிகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை?

கூடுதல் = 187

மீ.பொ.வ = 17

கூடுதல் = 187

அந்த எண்கள் 17a, 17b

$17a + 17b = 187$

$a + b = 11$

$a + b = 11$ - க்கு இணைப்பகா எண்கள் காண்க

(1, 10)

(2, 9)

(3, 8)

(4, 7)

(5, 6)

மொத்தம் = 5 ஜோடிகள்

16. இரு எண்களின் மீச்சிறு பொது மடங்கு அதன் மீப்பெரு பொது காரணியின் 45 மடங்கு. ஒரு எண் 125 ஆக உள்ளது மற்றும் மீச்சிறு பொது எண் 125 ஆக உள்ளது மற்றும் மீச்சிறு மடங்கு. மீப்பெரு பொது காரணியின் கூடுதல் 1150 என்று இருந்தால் மற்றொரு எண் என்ன?

LCM = 45 HCF .... (1)

LCM + HCF = 1150 .... (2)

ஒரு எண் $x = 125$

சமன்பாடு (1), (2) ...லிருந்து

45 HCF + HCF = 1150

46 HCF = 1150

HCF = 25

LCM = $45 \times 25 = 1125$

$x \times y$ = HCF $\times$ LCM

மற்றொரு எண் $y = 225$

17. மூன்று நபர் ஒரு வட்ட வடிவ அரங்கத்தை ஒரே இடத்திலிருந்து ஒரே நேரத்தில் ஒரே திசையில் நடக்க ஆரம்பிக்கிறார்கள். முதலாமாவர் ஒரு முழுச்சுற்றை 120 வினாடிகளிலும், இரண்டாமாவர் 150 வினாடிகளிலம், மூன்றாமவர் 80 வினாடிகளிலும் நிறைவு செய்கின்றனர். அப்படியானால் மூன்று பேரும் எவ்வளவு நேரம் கழித்து ஆரம்பித்த இடத்தில் சந்தித்துக் கொள்வார்கள்?

120, 150 மற்றும் 80 ஆகிய எண்களுக்கு LCM எடுக்க

LCM = 1200 வினாடி

LCM = 20min

மூன்று பேரும் ஆரம்ப இடத்தை அடைய 20 நிமிடங்கள் ஆகும்.

18. இரு எண்களின் மீ.சி.ம, மீ.பெ.வ முறையே 84ம் 21-ம் ஆகும். அந்த இரு எண்களும் 1:4 என்ற விகிதத்திலிருந்தால் அவற்றில் மிகப்பெரிய எண்

LCM = 84, HCF = 21

விகிதம் = 1:4

அந்த எண்கள் = $1 \times 21, 4 \times 21$

= 21, 84

பெரிய எண் = 84

19. மூன்று எண்களின் மீ.பெ.வ 12 ஆகும். அந்த எண்கள் 1 : 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் உள்ளது. அந்த எண்களை LCM காண்க.

LCM = 12, விகிதம் = 1:2:3

LCM = விகிதங்களின் LCM × HCF

LCM = $6 \times 12 = 72$.

20. 138 மற்றும் 182 ஆகிய எண்களை எந்த மீப்பெரு எண்ணால் வகுத்தால் மீதி 3 மற்றும் 2 கிடைக்கும்.

1 3 8	1 8 2
3	2
1 3 5	1 8 0

HCF (135, 180) = 45

21. 204, 1190, 1445 -ன் HCF காண்க

```
1190 | 1445
     | 1190
     |-----
     | 255 | 1190
     |     | 1020
     |     |-----
     |     | 170 | 255
     |     |     | 170
     |     |     |----
     |     |     | 85 | 170
     |     |     |    | 170
     |     |     |    |----
     |     |     |    |  0
```

HCF (1190, 1445) = 85

```
85 | 204
   | 170
   |----
   | 34 | 85
   |    | 68
   |    |---
   |    | 17 | 34
   |    |    | 34
   |    |    |---
   |    |    |  0
```

HCF = (204, 1190, 1445) = 17

22. மூன்று தொட்டிகளில் தண்ணீர் 135லி, 205லி, 165லி என நிரப்பட்டுள்ளது. அதிக பட்சமாக அளவிடப்படும் அந்தத் தொட்டிகளின் கொள்ளளவை காண்க.

$$\begin{array}{r|l} 5 & 135,\ 205,\ 165 \\ \hline & 27,\ \ 41,\ \ 33 \end{array}$$

HCF = 5லிட்டர்

23. இரு எண்கள் 5:7 என்ற விகிதத்தில் உள்ளன. அந்த இரு எண்களின் LCM 140 எனில் அந்த எண்களின் HCF-ஐ காண்க.

LCM = விகிதங்களின் LCM × HCF

140 = 35 × HCF

4 = HCF

24. மீ.பொ.வ. காண்க. 889, 1651

889 | 1651
889
762 | 889
762
127 | 762
762
0

HCF = 127

25. மீ.பொ.வ. காண்க 876, 1679

876 | 1679
876
803 | 876
803
73 | 803
803
0

HCF = 73

பயிற்சி வினாக்கள்

1. $15x^4y^3z^5, 12x^2y^7z^2$ HCF காண்க

HCF = $3x^2y^3z^2$

2. $7x^2yz^4, 21x^2y^5z^3$ HCF காண்க

HCF = $7x^2yz^3$

3. x^2y, x^3y HCF காண்க

HCF = x^2y

1. **$x^3 y^2, xyz$ LCM காண்க**

$x^3 y^2, xyz$

LCM $= x^3 y^2 z$

2. **$3x^2 y^3 z, 4x^3 y^3$ LCM காண்க**

$(3x^2 y z, 4x^3 y^3)$

LCM $= 12x^3 y^3 z$

4. **$a^{m+1}, a^{m+2}, a^{m+3}$ LCM காண்க**

$a^{m+1}, a^{m+2}, a^{m+3}$

LCM $= a^{m+3}$

5. **$x^2y + xy^2, (x^2 + xy)$ LCM காண்க**

$x^2y + xy^2 = xy(x + y)$

$x^2 + xy = x(x + y)$

LCM $= xy(x + y)$

6. **$3(a - 1), 2(a - 1)^2, (a^2 - 1)$ LCM காண்க**

$= 3(a - 1)$

$2(a - 1)^2 = 2(a - 1)(a - 1)$

$(a^2 - 1) = (a + 1)(a - 1)$

LCM $= 6(a - 1)^2(a + 1)$

7. **இரு பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.வ. மற்றும் மீ.பொ.ம முறையே $x + 1$ மற்றும் $x^6 - 1$ மேலும், ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை $x^3 + 1$ எனில், மற்றொன்றைக் காண்க.**

$x \times y = \text{HCF} \times \text{LCM}$ $\qquad a^6 - b^3 = (a^3 + b^3)(a^3 - b^3)$

$(x^3 + 1) \times y = (x + 1)(x^6 - 1)$

$$y = \frac{(x+1)(x^3-1)(x^3+1)}{(x^3+1)}$$

$y = (x + 1)(x^3 - 1)$

8. பின்வரும் ஒவ்வொரு ஜோடி பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் மீ.பொ.ம. காண்க.

$x^2 - 5x + 6$, $x^2 + 4x - 12$ இவற்றின் மீ.பொ.வ. $x - 2$.

$$x \times y = HCF \times LCM$$

$$(x^2 - 5x + 6) + (x^2 + 4x - 12) = (x - 2) \times LCM$$

$$(x - 3)(x - 2)(x + 6)(x - 2) = (x - 2) \times LCM$$

$$(x - 3)(x + 6)(x - 2) = LCM$$